REPORTE DE INVESTIGACIÓN

1. Nombre del profesor

Dra. Lucía A. Ruiz Galindo

2. Proyectos registrados ante Consejo Divisional

607 Análisis Multivariado y de Series de Tiempo y

891 Modelos con fundamentos microeconómicos

3. Líneas de generación y/o aplicación de conocimiento

Econometría, Series de Tiempo, Modelos micro y macroeconómicos

4. Área o Grupo de Investigación

Grupo de Investigación de Modelación Económica Teórica y Aplicada
(en proceso de aprobación)

ANÁLISIS DE INTEGRACIÓN EN SERIES DE TIEMPO MEXICANAS

Por

LUCÍA A. RUIZ GALINDO

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA METROPOLITANA
DIVISIÓN DE CIENCIAS SOCIALES Y HUMANIDADES
DEPARTAMENTO DE ECONOMÍA
GRUPO DE INVESTIGACIÓN MODELACIÓN ECONÓMICA TEÓRICA Y APLICADA

Diciembre, 2015.

1. Introducción

La prueba de Hylleberg, Engle, Granger y Yoo (1990) [HEGY] permite probar de manera individual y conjunta, la existencia de raíces unitarias tanto en las frecuencia cero como en las estacionales. En este trabajo se presenta evidencia de la presencia de raíces unitarias estacionales en variables de la economía mexicana, los resultados no rechazan su presencia en algunas de las frecuencias estacionales, no en todas, y en la mayoría de los casos, en la cero.

Este documento consta de cuatro Secciones más. En La sección dos se presentan los diferentes modelos que comúnmente se utilizan para modelar la tendencia determinista, estocástica o las dos de manera conjunta, en la Sección 3, se exponen las principales pruebas de raíces unitarias, en la 4, se analizan los resultados de la prueba HEGY aplicada a variables de la economía mexicana y finalmente en le Sección 5, se presentan algunas conclusiones.

2. Modelos estacionales.

El análisis tradicional de series de tiempo considera que una variable se puede modelar mediante un proceso de tendencia determinista, uno estacionario en covarianza, uno integrado o de tendencia estocástica o bien, de combinaciones del determinista con alguno de los otros dos. Paralelamente, en el ámbito estacional, también se tienen tres procesos, el *proceso de tendencia estacional* puramente *determinista,* dado por

$$y_t = \beta_0 + \sum_{k=1}^{s-1} \beta_k d_{kt} + \varepsilon_t,$$

donde *s* es el número de períodos en el año (*s*=4 cuando la información es trimestral, *s*=12 si es mensual), d_{kt} son variables ficticias (*dummy*) estacionales, con uno en la *k*-ésima estación durante todos los años del periodo de estudio y cero, en las demás.[1] Por

[1] Por ejemplo, para datos trimestrales

$$d_{kt} = \begin{cases} 1 \text{ en el trimestre } k, \forall t = 1, \dots, T, \\ 0 \text{ en los otros trimestre} \end{cases}$$

y para datos mensuales

$$d_{kt} = \begin{cases} 1 \text{ en el mes } k, \forall t = 1, \dots, T, \\ 0 \text{ en los otros meses.} \end{cases}$$

su parte, el *proceso estacionario estacional* también se representa mediante el modelo autorregresivo

$$\varphi(L)y_t = \varepsilon_t,$$

en el que la estacionalidad es estacionaria y por ello, las raíces del polinomio $\varphi(L)$ están fuera del círculo unitario y algunas son parejas de raíces complejas con periodicidades estacionales. Por último, se tiene el *proceso integrado estacional*, en el que el polinomio $\varphi(L)$ tiene al menos una raíz unitaria, ya sea en la frecuencia cero o en las estacionales, de manera que su representación autorregresiva

$$\varphi(L)y_t = \varepsilon_t,$$

admite al menos una raíz unitaria.

3. Pruebas de raíces unitarias

Las pruebas más utilizadas para saber si una serie de tiempo tiene o no una raíz unitaria en la parte ordinaria del proceso o la asociada a la frecuencia cero, son la de Dickey y Fuller aumentada (DFA), Phillips y Perron (PP) y Kwiatkowski, Philiphs, Schmidt and Shin (KPSS).[2] Por su parte, las pruebas debidas a Dickey, Hasza y Fuller (DHF), Hylleberg, Engel, Granger y Yoo (HEGY), Canova y Hansen (CH) se usan para analizar la existencia de raíces unitarias estacionales y se basan de manera primordial, en la prueba de Dickey y Fuller op. cit., formulada para raíces en la frecuencia cero.[3]

La prueba DHF no contempla la posibilidad de que las raíces unitarias existan sólo en la frecuencia cero o en alguna de las frecuencias estacionales, mientras que la HEGY proporciona un procedimiento para información trimestral, en el que sí se puede probar la existencia de raíces unitarias estacionales por separado y también en la frecuencia cero. Posteriormente, Franses (1991) y Beaulieu y Miron (1993) plantean una extensión de la prueba HEGY para datos mensuales.

La prueba CH específica bajo la hipótesis alternativa, raíces unitarias, a diferencia de la DHF y HEGY, que las establecen bajo la hipótesis nula. Su

[2] Dickey y Fuller (1979), Phillips y Perron (1989) y Kwiatkowski, Philiphs, Schmidt and Shin (1992).
[3] Dickey, Hasza y Fuller (1984), Hylleberg et al (1990) y Canova y Hansen (1995).

procedimiento obedece a que se pueda mitigar el problema de poca potencia que presentan las pruebas alternativas de DHF y HEGY (Hylleberg, 1995), Hylleberg concluye que HEGY y CH son pruebas complementarias y ambas pueden conducir a los mismos resultados y si no es así, se debe de profundizar en el análisis y elegir de acuerdo a las propiedades de cada una. En este trabajo se opta por la HEGY para investigar la presencia de efectos estacionales estocásticos, posiblemente no estacionarios.

La prueba de HEGY se desarrolla fundamentalmente en el hecho de que incremento anual de una variable en series de tiempo con periodicidad trimestral, dado por

$$\Delta_4 y_t = (1 - L^4)y_t = y_t - y_{t-4}, \tag{1}$$

donde Δ_s es el operador diferencia estacional (s=4), puede expresarse mediante un polinomio en L como sigue

$$(1 - L^4)y_t = (1 - L)(1 + L)(1 + L^2)y_t \tag{2}$$

cuyas cuatro raíces, todas de módulo uno, son 1, -1 y $\pm i$, de forma que también se puede escribir

$$(1 - L^4)y_t = (1 - L)(1 + L)(1 - iL)(1 + iL)y_t \tag{3}$$

En la expresión (2) el primer término después de la igualdad, corresponde a una raíz unitaria no estacional (largo plazo) y está asociada a la frecuencia cero, a la parte ordinaria del proceso, los demás tienen raíces unitarias estacionales. El término (1+L) corresponde a una raíz unitaria semestral (2 ciclos por año), frecuencia π, puesto que

$$(1 + L)y_t = 0$$

puede expresarse como

$$y_t = -y_{t-1} = -(-y_{t-2}) = y_{t-2}$$

y por tanto, el proceso retorna a su valor original en dos periodos (dos trimestres, un semestre). Por último, los términos en las raíces complejas corresponden a los cuatro periodos trimestrales (un ciclo por año), frecuencia $\pi/2$, ya que

$$(1 + L^2)y_t = 0$$

es equivalente a

$$y_t = -y_{t-2} = -(-y_{t-4}) = y_{t-4},$$

de manera que el proceso regresa a su valor original en cuatro periodos (cuatro trimestres, un año).

Bajo el supuesto de que el proceso generador de información es puramente autorregresivo

$$\varphi(L)y_t = \Delta_4 y_t = \varepsilon_t,$$

las hipótesis de la prueba de HEGY son

$$H_0\text{: Raíces de } \varphi(L) \text{ en el círculo unitario}$$

vs

$$H_1\text{: Raíces de } \varphi(L) \text{ fuera del círculo unitario.}$$

El procedimiento para probar las hipótesis anteriores, utiliza una descomposición polinomial, debida a Lagrange, para reformular el polinomio $\varphi(L)$ (ver Hylleberge et al. op. cit.), que los conduce a la regresión auxiliar

$$\Delta_4 y_t = \pi_1 y_{1t-1} + \pi_2 y_{2t-1} + \pi_3 y_{3t-1} + \pi_4 y_{3t-1} + \varepsilon_t, \tag{4}$$

donde

$$y_{1t} = (1 + L + L^2 + L^3)y_{t,} \tag{5}$$

$$y_{2t} = -(1 - L + L^2 - L^3)y_t, \tag{6}$$

$$y_{3t} = -(1 - L^2)y_t. \tag{7}$$

Las pruebas de hipótesis planteadas anteriormente se pueden establecer en términos de las raíces del polinomio $\varphi(L)$ y de forma alternativa, de los parámetros π's de la regresión planteada en (4), tal y como se muestra en el Cuadro 1, y se llevan a cabo estimando esa ecuación por mínimos cuadrados ordinarios y haciendo pruebas de significancia individual sobre π_1 y π_2 para probar raíz unitaria en la frecuencia cero y π, y una conjunta para las raíces en la frecuencia $\pi/2$, puesto que esa frecuencia está asociado al par de raíces complejas conjugadas $\pm i$.

Cuadro 1. Pruebas de hipótesis en frecuencias cero y estacionales.

Prueba	H_0 vs	H_1	H_0 vs	H_1
I	$\varphi(1)=0$	$\varphi(1)>0$	$\pi_1=0$	$\pi_1<0$
II	$\varphi(-1)=0$	$\varphi(-1)>0$	$\pi_2=0$	$\pi_2<0$
III	$\lvert\varphi(i)\rvert=0$	$\lvert\varphi(i)\rvert>0$	$\pi_3=\pi_4=0$	$\pi_3<0$ o $\pi_4<0$
IV	$\varphi(-1)=0$ $\lvert\varphi(i)\rvert=0$	$\varphi(-1)>0$ $\lvert\varphi(i)\rvert>0$	$\pi_k=0$, $k=2,3,4$	$\pi_k<0$, $k=2$ y 3 o 4

El modelo en (4) puede ser extendido para permitir la presencia de componentes deterministas, que puede consistir de un término independiente (constante), tendencia y/o variables dummies estacionales, de manera que se puede especificar como

$$\Delta_4 y_t = \mu_t + \pi_1 y_{1t-1} + \pi_2 y_{2t-1} + \pi_3 y_{3t-1} + \pi_4 y_{3t-1} + \varepsilon_t, \tag{8}$$

donde μ_t incorpora algunos de los elementos deterministas previamente mencionados. También se puede plantear un modelo más general que incorpore rezagos de la variable dependiente, al igual que el procedimiento de prueba de DFA, esto es,

$$\Delta_4 y_t = \mu_t + \pi_1 y_{1t-1} + \pi_2 y_{2t-1} + \pi_3 y_{3t-1} + \pi_4 y_{3t-1} + \sum_{k=1}^{K} \Delta_4 y_{t-k} + \varepsilon_t, \tag{9}$$

donde el número de rezagos, K, puede ser seleccionado mediante los Criterios de información de Akaike (CIA), de Schwarz (CIS) o bien, el de Hannan-Quin. Finalmente, cabe mencionar que los valores críticos para la t de una cola (prueba I y II, Cuadro 1) y la F (prueba III y IV, Cuadro1) son generados mediante simulaciones Monte Carlo y proporcionados en Hylleberg et all *op. cit.* los cuales dependen de la especificación elegida y del tamaño de la muestra.

4. Aplicación de la prueba HEGY a variables de la economía mexicana

En esta Sección se muestra la aplicación de la prueba HEGY a diferentes series de la economía mexicana, el consumo (Cons), el producto interno bruto (PIB), el índice nacional de precios al consumidor (INPC) y la base monetaria (BM), las cuales se eligieron por la importancia que tienen en el modelado económico o bien, por su comportamiento estacional. Las variables seleccionadas están en términos reales (2008=100), tienen periodicidad trimestral, el periodo de análisis es del primer trimestre de 1994 al cuarto del 2014 y no están desestacionalizadas.

La regresión estimada para cada una de las variables es log-log excepto para el INPC, todas incluyen término independiente, variables dummies y rezagos de la variable dependiente cuyo número fue determinado usando los criterios de información de Akaike (CIA), Schwarz (CIS) y Hannan-Quinn (CIHQ). Se incorporaron variables dummies debido a que la pérdida de potencia ocasionada por su inclusión cuando no son importantes es poco significativa comparada con el sesgo que ocasiona el excluirlas cuando sí lo son (Beaulieu y Miron, op. cit.).

	Frecuencia	0	π	$\pi/2$		
Variable	Rezagos	π_1	π_2	π_3	π_4	π_3 y/o π_4
CONS	2	-4.1499	-4.0414	-2.6186	-4.5027	15.7532
PIB	1	-3.5975	-2.6153	-2.4210	-4.1185	11.2374
INPC	6	-3.2270	-3.1711	-2.8051	-2.2782	6.7692
BM	5	-4.4749	-1.4509	-1.7955	-0.4349	1.7042

En la frecuencia cero, se rechaza H_0 al 5% para el CONS, PIB y BM, de manera que sólo el INPC no es estacionario en esa frecuencia, al 10% también el PIB resulta ser no estacionario. Por su parte, en las frecuencias estacionales y en la prueba individual, la *t*, BM no es estacionaria en todas ellas, PIB en la frecuencia π y $\pi/2$ (π_3=0) y CONS e INPC únicamente en $\pi/2$ (π_3=0). En la prueba conjunta, la *F*, la hipótesis nula se rechaza al 5% para CONS, PIB e INPC, pero al 10% sí se rechaza para INPC y para BM no se rechaza.

5. Conclusiones

En este trabajo se presenta el procedimiento de prueba de HEGY, cuya gran ventaja es que no únicamente analiza, para series trimestrales, las raíces unitarias en la frecuencia de largo plazo, la cero, sino que también lo hace en las frecuencias estacionales. La prueba se aplicó a cuatro series de la economía mexicana y los resultados de estimación de la regresión de HEGY proporcionan evidencia a favor de la existencia de raíces unitarias en las frecuencias estacionales.

Bibliografía

Beaulieu, J. J. y Miron, J. A. (1993). Seasonal unit roots in aggregate U.S. data. *Journal of Econometrics*, 55, 305-328.

Dickey, D. A., Hasza, D. P. y Fuller, W. A. (1984). Testing for unit roots in seasonal time series. *Journal of the American Statistical Association*, 5, 355–367.

Franses, P. H. (1991). Model selection and seasonality in time series. *Tinbergen Institute Research Series*, 18.

Hasza, D. P. and Fuller, W. A. (1982). Testing for nonstationary parameter specifications in seasonal time series models. *The Annals of Statistics*, 10, 1209–1216.

Hylleberg, S., Engle, R., Granger, C. W. J. y Yoo, B. S. (1990). Seasonal integration and cointegration. *Journal of Econometrics*, 44, 215-238.

Hylleberg, S. (1995). Tests for seasonal unit roots. General to specific or specific to general? *Journal of Econometrics* 69, 5-25.

INEGI (2015). Banco de Información Económica, <http://dgcnesyp.inegi.gob.mx/>

Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P. y Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of unit root. *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.

Ljung, G. M. y Box, G. E. P. (1978). On a measure of a lack of fit in Time Series. *Biometrika*, 65(2), 297-303.

Maddala, G. S. y Kim, I. M. (1998). *Unit Roots, Cointegration and Structural Change*. Reino Unido: Cambridge University Press.

Phillips, P. and Perron P. (1990). Testing for a unit root in time series regression. *Biometrika*, 75, 335-346.

Wallis, K. F. (1974). Seasonal adjustment and relations between variables. *Journal of the American Statistical Association* 69, 18-31.