PRESENTACION

El documento adjunto, titulado *Recursos naturales y crecimiento económico*, elaborado en conjunto por el Dr. Enrique R. Casares Gil, el Mtro. Iván Porras y la Mtra. María Guadalupe García Salazar, es un reporte de investigación del proyecto

Tasa de crecimiento en una economía liderada por el sector exportador

aprobado por el Consejo Divisional de Ciencias Sociales y Humanidades y registrado con el numero 571, cuya responsable es el Dr. Enrique R. Casares Gil.

Algunos estudios muestran que países con abundancia de recursos naturales, que son exportados, tienen tasas de crecimiento del producto per cápita bajas. Si el precio de las exportaciones de bienes agrícolas sube, se produce una entrada de divisas y una apreciación del tipo de cambio real, así el sector manufacturero es dañado. Por lo tanto, se produce una desindustrialización. Mientras que otros trabajos afirman que la abundancia de los recursos naturales y su buen aprovechamiento producen tasas de crecimiento altas y una creciente industrialización. En este trabajo se desarrolla un modelo de crecimiento con dos sectores, el sector agrícola (exportador) y el sector manufacturero (importador). El resultado principal es que si el precio del bien agrícola sube, el sector primario atrae recursos y se produce la llamada "enfermedad holandesa", es decir, el sector manufacturero se contrae, sin embargo una política de impuestos sobre los bienes agrícolas puede remediar esta enfermedad.

Dra. Beatriz García Castro
Jefa del Departamento de Economía

RECURSOS NATURALES Y CRECIMIENTO ECONOMICO

POR

ENRIQUE R. CASARES
IVAN PORRAS
MARÍA GUADALUPE GARCÍA SALAZAR

Reporte de Investigación

DRAF DICIEMBRE, 2013

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA - AZCAPOTZALCO ¶
División de Ciencias Sociales y Humanidades
Departamento de Economía

Introducción

La evidencia empírica (Rodríguez & Sachs, 2006) sugiere que países abundantes en recursos naturales han tenido un crecimiento lento, de aquellas economías sin recursos naturales sustanciales. Sach y Warner (1997), también encuentran que economías con altas tasas de recursos naturales exportados, en términos del Producto Interno Bruto (PIB), muestran un crecimiento negativo en un periodo de 20 años (de 1970 a 1990) y que esto se debe a la “enfermedad holandesa”.

Algunos autores (Van der Ploeg & Venables, 2010), describen a la “enfermedad holandesa” como el incremento de ingresos de un país, causados por los recursos naturales, en su mayoría no renovables. La explicación es que el descubrimiento de recursos potencia la apreciación de la moneda nacional y debido al mayor ingreso de divisas, inhibe la competitividad de exportaciones de otros bienes producidos.

Según Thorvaldur (2001), el descubrimiento de recursos naturales, abundantes, permite que la productividad marginal de su producción sea barata, en contraste con otros sectores productivos. Esto genera una externalidad negativa sobre otros bienes, que si bien son importantes debido a su rentabilidad de los descubrimientos, origina un movimiento de mano de obra, capital y otros recursos hacia el sector más productivo.

La explicación del mecanismo de la apreciación del tipo de cambio (Van der Ploeg, 2011) es que al aumentar el valor de la moneda nacional, con respecto a las divisas, hace que se obtengan más ganancias por la producción de bienes exportados, mismos que son más caros en la economía residente; mientras que los bienes importados son más baratos. Lo anterior ocasiona que la competitividad de bienes nacionales disminuya. Se origina, entonces, mayor producción de bienes de exportación, esto ocasiona movilizaciones, de trabajo y capital, así como de los demás sectores al sector en desarrollo. Los países que no eran competitivos en la producción de bienes de capital, porque los importaban, tuvieron un dinamismo poco significativo, en sectores industriales. Esto acarreó una desindustrialización a países que encontraron recursos naturales (Mehlum, Moene, & Torvik, 2005).

Sin embargo, dentro de la literatura comentada de la explicación de “la enfermedad holandesa” y la relación negativa que guarda con los recursos naturales, existe una postura diferente; por ejemplo Papyrakis y Gerlagh (2010) relacionan, positivamente, la abundancia de recursos naturales y crecimiento económico de Estados Unidos en el periodo de 1986 a 2003. Así mismo, evidencian una industrialización creciente, lo que contrarresta la hipótesis holandesa.

Se muestran, entonces, dos posturas contradictorias. La primera es que la abundancia de los recursos naturales se relaciona negativamente con tasas de crecimiento y una desindustrialización de otros sectores productivos, como el manufacturero; mientras que por otro lado, la abundancia de los recursos naturales se relaciona positivamente con tasas de crecimiento y una creciente industrialización. Sin lugar a dudas, la relación existente entre la abundancia de recursos naturales y crecimiento económico ha llevado a algunos autores (Van der Ploeg, 2011; Sala-i-Martin & Subramanian, 2003; Arezki & Van der Ploeg, 2007) a preguntarse si dichos recursos son una maldición o una bendición.

Por ejemplo, para Sala-i-Martin y Subramanian (2003) poco tiene que ver los mecanismos de mercado y la orientación de las ganancias extraídas de los recursos naturales. Ellos atribuyen que la maldición de los recursos naturales se debe a la corrupción de los gobiernos, al menos en el caso nigeriano. Así mismo, Thorvaldur (2001) y Van der Ploeg (2011) señalan que las instituciones y las normas jurídicas juegan el papel determinante, para que los países con abundancia de recursos tengan crecimiento económico en todos sus sectores productivos, sin descuidar el sector industrial. Casseli (2006) sugiere que la maldición de los recursos naturales opera a través de la conducta de la élite política, la cual genera una lucha de poderes, esto ocasiona que la élite realice pocas inversiones en sectores productivos que incidan significativamente en el desarrollo de los países con abundancia de recursos naturales.

La literatura teórica ha tenido diversas formas para representar los recursos naturales, y su incidencia, en los modelos de crecimiento. Por una parte, se representa como una variable exógena que afecta directamente a la función de producción, la cual es fundamental en la tasa de crecimiento económico (Stijns, 2005). Dos tendencias se han desarrollado, al respecto. La primera es que debido a que los recursos naturales son no renovables y agotables, se tienen límites a la trayectoria de crecimiento económico de largo plazo (Groth, 2005). Y la segunda, es que se puede alterar la función de producción, y con ella la variable de recursos naturales, para producir un crecimiento económico sostenido en el largo plazo, aún cuando los recursos son agotables (Groth, 2004).

Por otro lado, la aparición de los recursos naturales se ha modelado como otro sector, dando lugar a modelos bisectoriales, en donde se tiene un sector tradicional y otro moderno (Guilló & Pérez-Sebastián, 2004). El primero, se basa en formas de explotación de los recursos naturales, ya sea tierra (Guilló & Pérez-Sebastián, 2008) o agricultura (Gollin, Parente, & Rogerson, 2008). Mientras que el moderno, es específicamente el sector industrial o manufacturero.

Es esta última forma en donde se desarrolla el presente trabajo. Cuyo objetivo es modelar cómo “la enfermedad holandesa” afecta al sector moderno, ocasionando una des-industrialización en la economía. Para ello, se supone una economía pequeña y abierta con dos sectores, agrícola y manufacturero. El sector agrícola produce un bien de exportación, aunque también es consumido domésticamente. Mientras que el sector manufacturero es esencialmente importador, aunque también produce para la economía doméstica. El bien agrícola es producido por trabajo y tierra, mientras que el bien manufacturero necesita capital y trabajo. Se introduce al gobierno para gravar los bienes del sector agrícola, lo que recauda el gobierno es directamente transferido a los hogares. Los resultados en el estado estacionario son: que cuando el precio del bien agrícola, determinado internacionalmente, se incrementa produce movilidad del sector manufacturero al sector agrícola. Así, este último, pierde unidades de trabajo y con ello capital (se des-industrializa). Esto es lo que refleja el síndrome de “la enfermedad holandesa”.

El modelo teórico

Se considera una economía pequeña y abierta. Con ello, se asegura que el precio de los bienes que se producen en dos sectores está determinado por el mercado mundial. El primer sector produce un bien agrícola, por medio de tierra y trabajo, además es consumido y exportado. El segundo produce un bien manufacturero, utiliza capital y trabajo, y se complementa con las importaciones, asimismo puede ser utilizado para consumo e inversión. Dado que existe libre movilidad del capital, se supone un costo de ajuste que dinamiza su asimilación. Para ambos sectores, sus producciones exhiben rendimientos a escala constantes, el producto marginal físico de los insumos son positivos, pero decrecientes, es decir, son funciones de producción neoclásicas. El gobierno recauda un impuesto de la producción al sector agrícola y los ingresos tributarios son distribuidos a los hogares en forma de transferencias (*lump-sum*). Los hogares ahorran una fracción constante de su ingreso, así maximizan su utilidad, dado por el bien agrícola y el manufacturero, sujeta a su restricción presupuestaria de manera estática.

Los sectores productivos

Existe un número muy grande de firmas competitivas, ya que su comportamiento es idéntico en cada sector productivo, se establece una empresa representativa de producción de bienes agrícolas y manufactureros, como una función *Cobb-Douglas*

$$Y_A = A_A F^{\propto} L_A^{1-\propto} \tag{1}$$

$$Y_M = A_M K^{\beta} L_M^{1-\beta} \tag{2}$$

Donde el subíndice A y M establece el sector agrícola y manufacturero, respectivamente. Y es el bien producido y L es la cantidad de trabajo empleado en cada sector, mientras que la letra mayúscula A es el *stock* tecnológico. F es la cantidad de tierra y K es el *stock* de capital físico, mismos que se necesitan para producir bienes agrícolas y manufactureros, respectivamente. Con $\propto, \beta \in (0,1)$, se garantiza retornos constantes a escala.

Las ganancias para los sectores está dada por

$$\pi_A = P_A Y_A - w_A L_A - r_A F \tag{3}$$

$$\pi_M = P_M Y_M - w_M L_M - R_M K \tag{4}$$

Donde nuevamente el subíndice denota el sector, π es la ganancia bruta, P son los precios de los productos, que son tomados exógenamente, porque al tratarse de una economía abierta son determinados internacionalmente[1], w es salario pagado a los trabajadores, r_A es la rentabilidad de la tierra y R_M es la rentabilidad del capital.

El gobierno impone un impuesto $\tau \in (0,1)$ a los bienes del sector agrícola, cuando el impuesto se incrementa, aumenta el precio del bien $(\uparrow \tau \rightarrow \uparrow P_A)$, esto evita el movimiento de los recursos entre los sectores. Con ello se modifica (3)

$$\pi_A = (1-\tau) P_A Y_A - w_A L_A - r_F F \tag{3'}$$

Se obtienen las condiciones de primer orden, en (3′) , para el trabajo, L_A, y la tierra, F

[1] Donde ${P_i}^W = P_i \quad (i = A, M)$, el supra-índice W, establece que el precio es determinado y establecido mundialmente. En adelante, mantendremos este supuesto para los precios indistintamente.

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial\ L_A} = 0 \leftrightarrow w_A = (1-\tau)(1-\propto) P_A A_A F^{\propto} L_A^{-\propto} \tag{5}$$

$$\frac{\partial \pi_A}{\partial\ \mathrm{F}} = 0 \leftrightarrow r_F = (1-\tau) \propto P_A A_A F^{\propto-1} L_A^{1-\propto} \tag{6}$$

La ecuación (5) indica que el salario agrícola es igual al valor de la productividad marginal del trabajo, después de impuestos. Mientras que (6) establece que la rentabilidad es igual a la productividad marginal del sector agrícola después de impuestos.

La rentabilidad bruta del sector manufacturero se ha definido como la rentabilidad neta más la tasa de crecimiento de sus precios, es decir $R_M = \left(r_M + \frac{\dot{P}_M}{P_M}\right)$, se considera que no existe crecimiento en los precios, es decir $\frac{\dot{P}_M}{P_M} = 0$. Una vez que se ha sustituido esto en (4), se obtienen las condiciones de primer orden para la cantidad de trabajo, L_M, y el *stock* de capital, K, con ellos se obtiene w_M y r_M, respectivamente:

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial\ L_M} = 0 \leftrightarrow w_M = (1-\beta) P_M A_M K^{\beta} L_M^{-\beta} \tag{7}$$

$$\frac{\partial \pi_M}{\partial\ \mathrm{K}} = 0 \leftrightarrow r^w = \beta P_M A_M K^{\beta-1} L_M^{1-\beta} \tag{8}$$

La ecuación (7) establece que el salario manufacturero es igual a la productividad marginal del trabajo. En cambio, (8) establece que la tasa de interés es igual a la productividad marginal del capital en el sector manufacturero. Debido a que la economía es pequeña y abierta, y que existe perfecta movilidad del capital, la tasa de interés doméstica es igual a la tasa de rentabilidad del capital internacional, $r_M = r^w$.

El gobierno

El gobierno recauda los impuestos τ del precio de los bienes agrícolas, éstos son distribuidos a los hogares como transferencias de suma fija, T. El gobierno no desea maximizar el bienestar social, por ello se usa la riqueza de la familia como medida de prosperidad. El gobierno no compra bienes y servicios, por lo que la restricción gubernamental es:

$$\tau P_A Y_A = T \qquad\qquad \tau \in (0,1) \tag{9}$$

Los hogares

Las familias poseen el capital, K, el cual alquilan a las empresas y obtienen una tasa de interés a su favor. Así mismo, obtienen ingresos salariales por trabajar en los sectores productivos, e ingresos no salariales por la rentabilidad de la tierra y del capital. Incrementan su ingreso con las transferencias gubernamentales y lo disminuyen por el pago de deuda. Los hogares gastan la misma cantidad que obtienen de su ingreso en el consumo de los bienes producidos y en incrementar su acervo de capital. La restricción presupuestal de los hogares se define como:

$$w_A L_A + w_M L_M + r_F F + r_K P_M K - r^w D + T = P_A C_A + P_M C_M + \dot{K} - \dot{D} \tag{10}$$

En donde $w_A L_A + w_M L_M$ es el ingreso salarial, $r_F F + r_K P_M K$ es el ingreso por las rentabilidades del sector agrícola y manufacturero, respectivamente. $r^w D$ es el desembolso que realizan los hogares por la deuda a la tasa de interés mundial y T es el valor de las transferencias hecha por el gobierno a las familias. $P_A C_A + P_M C_M$ es el valor del gasto realizado por el consumo de los bienes, $\dot{K}$ es la variación del capital en el tiempo y $\dot{D}$ es la variación de la deuda contraída en el tiempo por las familias. Si el gobierno grava las exportaciones producida en el sector agrícola, se puede reescribir (10) como la restricción presupuestaria disponible, una vez sustituido (7), (8), (5) y (6), se tiene:

$$(1-\tau) P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D + T = P_C C + \dot{K} - \dot{D} \tag{10'}$$

Donde $P_C C = P_A C_A - P_M C_M$, ha quedado definido como el consumo agregado, medida de un nivel de utilidad de precios al consumidor. Se define al ingreso personal disponible, dado por la ecuación (10'), como

$$Ingreso\ disponible = Y^d = (1-\tau) P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D + T \tag{11}$$

Si se sustituye (11) en (10'), además de trasladar el consumo del lado izquierdo, se establece que el ingreso personal disponible menos el consumo es igual a la diferencia del capital y de la deuda (inversión neta), es decir

$$Y^d - P_C C = \dot{K} - \dot{D} \tag{11'}$$

Establecida la ecuación (11'), es posible establecer el ahorro doméstico como

$$Ahorro = Y^d - P_C C \tag{12}$$

Por simplicidad, se supondrá que los hogares eligen un nivel de ahorro constante del ingreso disponible. Esto es una limitante del modelo. En consecuencia, (12) se ve modificada como

$$Ahorro = S_H = sY^d \tag{12'}$$

Donde $s \in (0,1)$. Se supone un nivel de utilidad, $U(t)$, que los consumidores obtienen dependiendo del nivel de consumo de ambos bienes producidos sectorialmente. Se usa una función de utilidad para describir las preferencias de los hogares

$$U(C_A, C_M) = {C_A}^{\gamma} {C_M}^{1-\gamma} \tag{13}$$

Donde γ y $(1-\gamma)$ son las propensiones a consumir de los bienes, además se cumple que $\gamma + (1-\gamma) = 1$. Sin perder de vista la generalidad, se maximiza (13) sujeto a la restricción presupuestaria $P_A C_A + P_M C_M = P_C C$, cuya solución define la cantidad de bienes consumidos por los hogares:

$$C_A = \gamma \frac{P_C C}{P_A} \qquad y \qquad C_M = (1-\gamma) \frac{P_C C}{P_M} \tag{14}$$

Equilibrio económico

Primero, se supone que $\dot{K} = P_M I_M$[2] y se sustituye en (10'), se obtiene la siguiente restricción

$$(1-\tau)P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D + T = P_C C + P_M I_M - \dot{D} \quad (10'')$$

Al sustituir la restricción gubernamental (9) en (10'') se obtiene

$$P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D = P_C C + P_M I_M - \dot{D} \quad (15)$$

Posteriormente se define al ingreso nacional, lado izquierdo de la ecuación anterior, como

$$Ingreso\ nacional = P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D$$

Se sustituye la igualdad anterior en (15), trasladando el nivel del consumo al lado izquierdo, con ello se obtiene la variación de la inversión menos deuda

$$Ingreso\ nacional - P_C C = P_M I_M - \dot{D}$$

Lo siguiente es definir el ahorro doméstico como la diferencia entre el valor de la inversión y la deuda

$$Ahorro\ doméstico = P_M I_M - \dot{D}$$

Por último, por el equilibrio de contabilidad de una económica cerrada, se sabe que el ahorro doméstico es igual al ahorro de los hogares. Esto es una limitación del modelo, ya que es posible hacer que el ahorro sea determinado de forma endógena siempre y cuando sea una decisión inter-temporal de los consumidores. Sin embargo, en el sector externo esta igualdad no se cumple, al ahorro doméstico hay que sumarle el ahorro externo, con ello se define al precio de la inversión, definida como

$$S_H + \dot{D} = P_M I_M \quad (16)$$

Se sabe además que el valor de la inversión, es el valor de la variación del capital en el tiempo, por lo tanto

$$P_M I_M = P_M \dot{K} \quad (17)$$

El valor del producto generado en el sector agrícola, es igual al valor de lo consumido más el nivel de exportación

$$P_A Y_A = P_A C_A + X \quad (18)$$

El valor del producto generado en el sector manufacturero, es igual al valor de lo consumido menos el nivel de importación

$$P_M Y_M = P_M C_M - M \quad (19)$$

[2] Se establece que I_M es la inversión bruta. Por lo que se dice que la variación del capital en el tiempo, es el valor de la inversión bruta en el sector manufacturero.

Si se sustituye (18) y (19) en (15), se llega a

$$X - M - r^w D = P_M I_M - \dot{D}$$

Se despeja a $\dot{D}$:

$$\dot{D} = r^w D + P_M I_M - X + M$$

La definición de la balanza de pagos se define como:

$$\dot{D} = r^w D - (X - M) \tag{20}$$

Si el ingreso personal disponible (11), dado (9), se sustituye en el ahorro doméstico, $S_H = sY^d$, se obtiene:

$$P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D$$

$$S_H = s[P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D]$$

Por último, si se sustituye la ecuación anterior en (16), se obtiene que el ahorro de las familias domésticas más el externo, es igual al precio del capital en el tiempo:

$$s[P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D] + \dot{D} = P_M \dot{K} \tag{21}$$

El mercado laboral

Respecto al mercado laboral, se establece que la oferta total de trabajadores L es constante y que está normalizada a uno. Además, está empleada en el sector manufacturero y agrícola. La condición de equilibrio en el mercado laboral es

$$L_M + L_A = 1 \tag{22}$$

Sin perder de vista la generalidad y para facilitar los cálculos, se supone que $L_M = n$, definido por la ecuación (22), se obtiene

$$n + (1 - n) = 1 \tag{23}$$

El modelo en el estado estacionario

Dado que la variable K, D y n crecerán permanentemente a una tasa común, es necesario definir las variables del modelo como variables estacionarias, es decir, variables que sean constantes en el estado estacionario. Para ello, de (8) se despeja al capital y por (23) se obtiene el *stock* del capital en el estado estacionario

$$r_M = \beta P_M A_M K^{\beta - 1} n^{1-\beta}$$

$$K^{*}=\left(\frac{\beta P_{M}A_{M}}{r_{M}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}n \tag{24}$$

Como n debe de ser constante en el estado estacionario, debe encontrarse su valor estacionario. Para obtenerla, se parte de la condición estática de asignación eficiente del trabajo en ambos sectores, es decir que el salario del sector agrícola debe de ser igual al salario del sector manufacturero.

$$w_{A}=w_{M}$$

La implicación de este supuesto, es que si alguno de los salarios es más alto con respecto al otro, los hogares tendrán incentivos para trasladarse de un sector a otro. Por ello, se sustituye, nuevamente, (23), (5), (7) y (24) en la ecuación anterior, es decir

$$(1-\tau)(1-\propto)P_{A}A_{A}F^{\propto}(1-n)^{-\propto}=(1-\beta)P_{M}A_{M}\left[\left(\frac{\beta P_{M}A_{M}}{r_{M}}\right)^{\frac{1}{1-\beta}}n\right]^{\beta}n^{-\beta}$$

Al simplificar y resolver la ecuación anterior para $(1-n)$, se obtiene también n:

$$(1-n)^{*}=\left[(1-\tau)\frac{(1-\propto)}{(1-\beta)}\frac{P_{A}}{P_{M}}\frac{A_{A}}{A_{M}}\left(\frac{r_{M}}{\beta P_{M}A_{M}}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\right]^{\frac{1}{\propto}}F \tag{25}$$

Por último, para encontrar el valor de D, en el estado estacionario, se parte de (21), suponiendo que las variables están en el estado estacionario, es decir $\dot{D}=\dot{K}=0$, entonces:

$$P_{A}Y_{A}+P_{M}Y_{M}=r^{w}D$$

Y al final se encuentra el valor de la deuda al despejarla de la ecuación anterior

$$D=\frac{P_{A}Y_{A}+P_{M}Y_{M}}{r^{w}} \tag{26}$$

Como se han obtenido las variables K^{*}, D^{*} y n^{*}, con valores constantes, si se sustituye (24) y (25), dadas las ecuaciones (1) y (2), se obtiene finalmente el valor de (26), es decir:

$$\begin{aligned}D=\;&P_{A}A_{A}\left[(1-\tau)\frac{(1-\propto)}{(1-\beta)}\frac{P_{A}}{P_{M}}\frac{A_{A}}{A_{M}}\left(\frac{r_{M}}{\beta P_{M}A_{M}}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\right]^{\frac{1-\propto}{\propto}}F\\&+P_{M}A_{M}\left(\frac{\beta P_{M}A_{M}}{r_{M}}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\left\{1-\left[(1-\tau)\frac{(1-\propto)}{(1-\beta)}\frac{P_{A}}{P_{M}}\frac{A_{A}}{A_{M}}\left(\frac{r_{M}}{\beta P_{M}A_{M}}\right)^{\frac{\beta}{1-\beta}}\right]^{\frac{1}{\propto}}F\right\}\end{aligned} \tag{27}$$

En la enfermedad holandesa se analizan dos situaciones, la primera es que la productividad impulsa el sector exportador, en este caso el sector de recursos naturales o agrícola. En la segunda, es que existe una apreciación del tipo de cambio real, haciendo la moneda extranjera más barata. Para analizar ésta última se necesita de un bien no comerciable, caso que no es analizado en el presente documento.

Si la productividad se incrementa, repercute en el movimiento de la población, ya que la proporción de trabajadores se mueven hacia el sector exportador, disminuyéndola en el sector importador. Esto origina una descapitalización del capital, necesario en la dinamización de la industria del sector manufacturero. La forma en que podría evitarse es mediante la imposición de un impuesto a los productos exportados, de tal manera que deja equilibrada la relación de movimiento del trabajo entre sectores, o posibilitando un incremento del capital.

Dinámica del modelo

La inversión neta se define de la siguiente manera:

$$I = \lambda(K^* - K)$$

Donde $\lambda > 0$, es un coeficiente de ajuste constante. Si se sustituye en la ecuación anterior el valor de K^*, se tiene:

$$\dot{K} = \lambda \left[\left(\frac{\beta P_M A_M}{r_M} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} n^* - K \right]$$

Donde n^* es la participación de la población en el sector manufacturero y es un valor constante. Se puede arreglar la ecuación anterior para encontrar la solución como una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes, es decir:

$$\dot{K} + \lambda K = \lambda \left(\frac{\beta P_M A_M}{r_M} \right)^{\frac{1}{1-\beta}} n^*$$

De la ecuación $s[P_A Y_A + P_M Y_M - r^w D] + \dot{D} = P_M \dot{K}$, se despeja $\dot{D}$ y se propone una ecuación diferencial de la forma anterior:

$$\dot{D} + s r^w D = P_M \dot{K} - s[P_A Y_A + P_M Y_M]$$

Si se sustituyen los valores para Y_A y Y_M, sería:

$$\dot{D} + s r^w D = P_M \lambda(K^* - K) - s\left[P_A A_A F^\alpha (1 - n^*)^{1-\alpha} + P_M A_M K^{*\beta} n^{*1-\beta}\right]$$

Cuyas ecuaciones dan origen a un sistema de ecuaciones diferenciales.

Solución del sistema de ecuaciones

Sean las siguientes ecuaciones diferenciales lineales, con coeficientes constantes y de primer orden

$$\dot{K} = -\lambda K + \lambda \left(\frac{\beta P_M A_M}{r_M}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} n^* \tag{28}$$

$$\dot{D} = -sr^w D - P_M \lambda K + P_M \lambda K^* - s\left[P_A A_A F^\alpha (1-n^*)^{1-\alpha} + P_M A_M K^{*\beta} n^{*1-\beta}\right] \tag{29}$$

Por simplificación, se puede suponer que $k_1 = \lambda \left(\frac{\beta P_M A_M}{r_M}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} n^*$; y $k_2 = P_M \lambda K^* - s\left[P_A A_A F^\alpha (1-n^*)^{1-\alpha} + P_M A_M K^{*\beta} n^{*1-\beta}\right]$, ya que son valores constantes de las ecuaciones (1) y (2). Al sustituir esos valores se obtiene

$$\dot{K} = -\lambda K + k_1 \tag{28'}$$

$$\dot{D} = -sr^w D - P_M \lambda K + k_2 \tag{29'}$$

Análisis del sistema

Es necesario encontrar la solución de equilibrio para el sistema dado por $(28')$ y $(29')$, que se expresa en forma matricial como

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{K} \\ \dot{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ -P_M \lambda & -sr^w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \\ D \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \tag{30}$$

Para ello, hacemos, $\begin{bmatrix} \dot{K} \\ \dot{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, por lo que dicha matriz se reduce a:

$$\begin{bmatrix} K \\ D \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ P_M \lambda & sr^w \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \tag{31}$$

Se deben obtener los valores en estado estacionario para evaluar la matriz jacobiana, al hacerlo se llega a la siguiente ecuación

$$\begin{bmatrix} K \\ D \end{bmatrix}^* = \begin{bmatrix} \dfrac{k_1}{\lambda} \\ \dfrac{k_2}{sr^w} - \dfrac{P_M}{sr^w} k_1 \end{bmatrix} \tag{31'}$$

Se sabe que el determinante de la matriz jacobiana se construye con las derivadas de las ecuaciones dadas en (7), entonces se puede construir su forma reducida como

$$J_E = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial \dot{K}}{\partial K} & \dfrac{\partial \dot{K}}{\partial D} \\ \dfrac{\partial \dot{D}}{\partial K} & \dfrac{\partial \dot{D}}{\partial D} \end{bmatrix}_{(K^*, D^*)} \equiv \begin{bmatrix} -\lambda & 0 \\ -P_M \lambda & -sr^w \end{bmatrix}_{(K^*, D^*)} \equiv \lambda sr^w > 0 \tag{32}$$

Como puede verse, el determinante de la jacobiana tiene signo positivo, sin embargo todavía no está determinada la estabilidad del sistema, por lo que se evalúa su traza (la suma de los elementos de la diagonal principal para establecer el tipo de equilibrio), lo que resulta

$$trJ_E = -(\lambda + sr^w) < 0$$

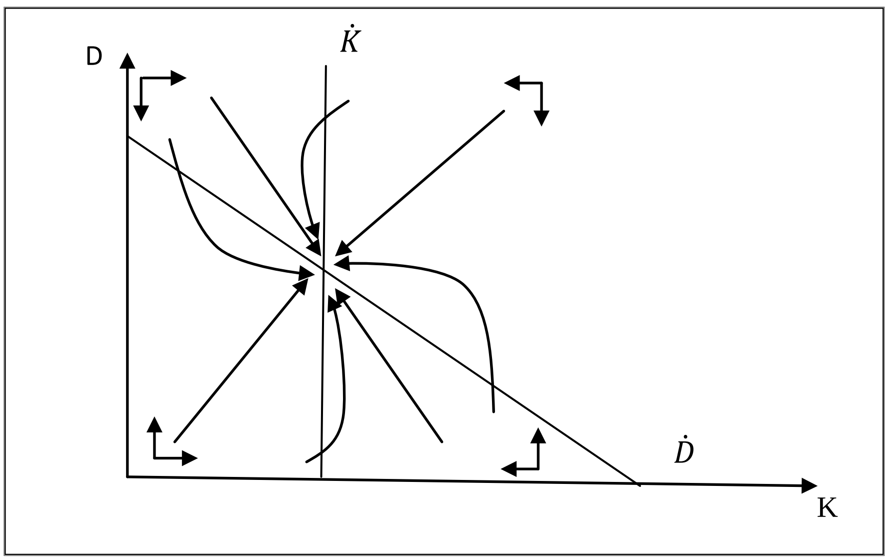
Así, el determinante de la matriz jacobiana es positivo, pero su traza es negativa, el tipo de equilibrio es un nodo estable. Si se toma ventaja de la estabilidad del sistema, se puede utilizar un diagrama de fases para discutir las propiedades dinámicas. Para obtener una solución gráfica en el espacio (K, D), se supone que $\dot{K} = \dot{D} = 0$, del sistema que aparece en (30), y despejamos a D y K, respectivamente.

$$K^* = \frac{k_1}{\lambda} \tag{28''}$$

$$D^* = -\frac{P_M}{sr^w}K^* + \frac{k_2}{sr^w} \tag{29''}$$

Las ecuaciones $(28'')$ y $(29'')$ establecen las curvas de demarcación del sistema para el capital y la deuda, respectivamente. La dinámica de K y D se muestra en la ilustración 1. Se puede observar que la trayectoria hacia un estado estacionario es un nodo estable.

Ilustración 1. Dinámica de la deuda y el capital



Si se analiza la dinámica del capital que aparece en la ecuación $(28')$, se puede observar que es diferenciable instantáneamente, al derivarla $\left(\frac{\partial \dot{K}}{\partial K} = -\lambda < 0\right)$ se encuentra que el valor de la pendiente es negativo. Lo que implica que, a medida que nos movemos de oeste a este en el espacio de fase (a medida de K se incrementa), $\dot{K}$ experimenta un decremento, de modo que el signo de $\dot{K}$, debe pasar por tres etapas, en el orden +, 0, -. Mientras que al analizar la dinámica de $(29')$, por ser lineal, también es diferenciable automáticamente, y al aplicar la derivada $\left(\frac{\partial \dot{D}}{\partial D} = -sr^w < 0\right)$ su pendiente es negativa, esto implica que a medida que nos movemos de sur a norte en el espacio de fase (a medida de D se incrementa), $\dot{D}$ experimenta un decremento, de modo que el signo de $\dot{D}$, debe pasar por tres etapas, en el orden de abajo hacia arriba +, 0, -

La interpretación económica, de la ilustración 1, es que si se considera una economía (como la que se ha descrito) con un capital inicial por debajo del estado estacionario, y debido a su dinámica, el capital se incrementará ya sea incrementando o disminuyendo la deuda, hasta el punto en que converja monótonamente a su nivel de estado estacionario. En ese mismo orden de ideas, si el capital inicial se encuentra por arriba de su estado estacionario, la deuda disminuiría o aumentará hasta que se iguale a su valor de estado estacionario.

Un incremento en los precios del sector agrícola

Si suponemos que la economía originalmente está en su posición de estado estacionario y que se origina un incremento, inesperado, de los precios internacionales del sector agrícola, es decir de $P_A < P_A'$, ¿qué ocurriría con la economía? Lo que se tiene que hacer es analizar la estática del equilibrio en el estado estacionario. Para ello, primero se tiene que partir de la ecuación (25) se aplica la derivada para saber cómo afectará, a la mano de obra empleada en el sector agrícola, el incremento de sus precios, P_A, es decir:

$$\frac{\partial(1-n)^*}{\partial P_A} > 0$$

Lo que quiere decir que, un incremento en los precios, internacionales, existe una movilidad de trabajadores del sector manufacturero al agrícola, debido a que es más rentable.

Por otro lado, se debe encontrar cómo variará la cantidad empleada en el sector manufacturero, n^*, cuando se incrementan los precios del sector agrícola, P_A, es decir:

$$\frac{\partial n^*}{\partial P_A} < 0$$

Como se esperaba, al subir los precios internacionales del producto agrícola, la cantidad de trabajo empleada en el sector manufacturero disminuye, esto debido al signo de la derivada.

Ahora debe determinarse cómo afecta el incremento de los precios agrícola, P_A, al capital del estado estacionario, K^*. Para ello, aplicamos la derivada a $(28'')$ con el valor de k_1. Es decir:

$$\frac{dK^*}{dP_A} = \frac{\partial\left[\left(\frac{\beta P_M A_M}{r_M}\right)^{\frac{1}{1-\beta}} n^*\right]}{\partial P_A} < 0 \qquad (33)$$

Como se esperaba, un incremento en los precios agrícolas disminuye el capital. Lo anterior es natural, ya que el capital es el factor de producción empleado en el sector manufacturero, y al hacerse más rentable el sector agrícola, dinamizado por los precios internacionales, el capital disminuye, lo hace de manera indirecta porque disminuye la cantidad de trabajo empleada en el sector manufacturero[3].

---

[3] Lo anterior es verificable, porque al aplicar la derivada a (33), se aprecia el efecto siguiente: $\frac{dK^*}{dP_A} = \frac{\partial K^*}{\partial n^*} * \frac{\partial n^*}{\partial P_A} < 0$

Así mismo, hay que determinar qué pasa con la deuda cuando se incrementa el precio del bien agrícola. Para ello, utilizamos (29'') con el valor de k_2, re-arreglada, es decir:

$$D^* = \frac{1}{sr^w}\{-P_M K^* + [P_M \lambda K^* - s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*)]\} \qquad (34)$$

La expresión $\frac{1}{sr^w}$, es positiva, al suponer que hay una fracción de ahorro constante y positiva, al igual que r^w. Mientras que el valor de K^*, como se observó en la ecuación (33), es negativo, por lo que al multiplicarlo por $-P_A$ es positivo. Así se obtiene que el valor del primer sumando sea positivo, $-P_M K^* > 0$. Por otro lado, lo que aparece dentro del corchete se puede aplicar el mismo razonamiento, es decir:

$$P_M \lambda K^* - s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*)$$

Como ya se dijo, el valor de K^* es negativo, por lo que $P_M \lambda K^*$ es negativo. Ahora analicemos la expresión entre paréntesis, es decir, hay que determinar los valores de $P_A Y_A^* + P_M Y_M^*$:

$$\frac{\partial Y_A^*}{\partial P_A} = \frac{\partial [A_A F^\alpha (1-n^*)^{1-\alpha}]}{\partial P_A} > 0$$

Lo anterior porque $\frac{\partial (1-n)^*}{\partial P_A} > 0$. Mientras que:

$$\frac{\partial Y_M^*}{\partial P_M} = \frac{\partial \left[A_M K^{*\beta} n^{*1-\beta}\right]}{\partial P_A}$$

El valor de K^*, como ya se dijo es negativo. Así mismo, el valor de n^* es negativo. Por lo que la expresión entre paréntesis es positiva. La suma entonces de $P_A Y_A^* + P_M Y_M^*$ es negativo. Pero, como está multiplicado por un valor negativo, al final se obtiene que la expresión $-s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*) > 0$. Los resultados anteriores, teniendo en cuenta (34), se puede resumir en la tabla siguiente:

Ilustración 2.Determinación de la deuda, cuando existe un incremento en los precios internacionales agrícolas

<table>
<tr><td rowspan="2">Si, $\underbrace{P_M \lambda K^*}_{(-)} > \underbrace{s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*)}_{(+)}$</td><td>$\underbrace{P_M K^*}_{(+)} > \left[\underbrace{P_M \lambda K^* - s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*)}_{(-)}\right]$</td><td>$D^* > 0$</td></tr>
<tr><td>$\underbrace{P_M K^*}_{(+)} < \left[\underbrace{P_M \lambda K^* - s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*)}_{(-)}\right]$</td><td>$D^* < 0$</td></tr>
<tr><td>Si, $\underbrace{P_M \lambda K^*}_{(-)} < \underbrace{s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*)}_{(+)}$</td><td>$\underbrace{P_M K^*}_{(+)} + \left[\underbrace{P_M \lambda K^* - s(P_A Y_A^* + P_M Y_M^*)}_{(+)}\right]$</td><td>$D^* > 0$</td></tr>
</table>

El efecto que produce un incremento en los precios agrícolas, por algún motivo exógeno. Produce una disminución en el capital, vía cantidad de trabajo. Mientras que en la deuda es ambiguo.

Ilustración 3. Incremento de la deuda y disminución del capital, debido al incremento en los precios agrícolas

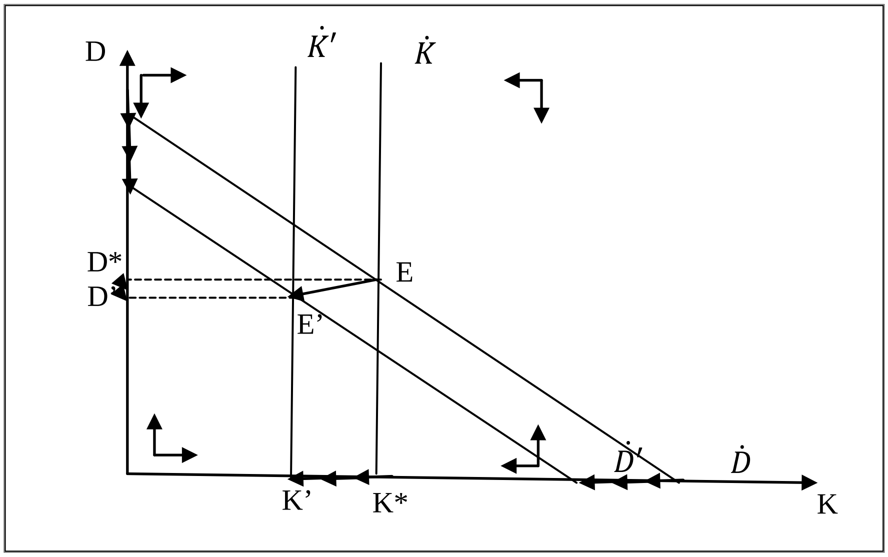
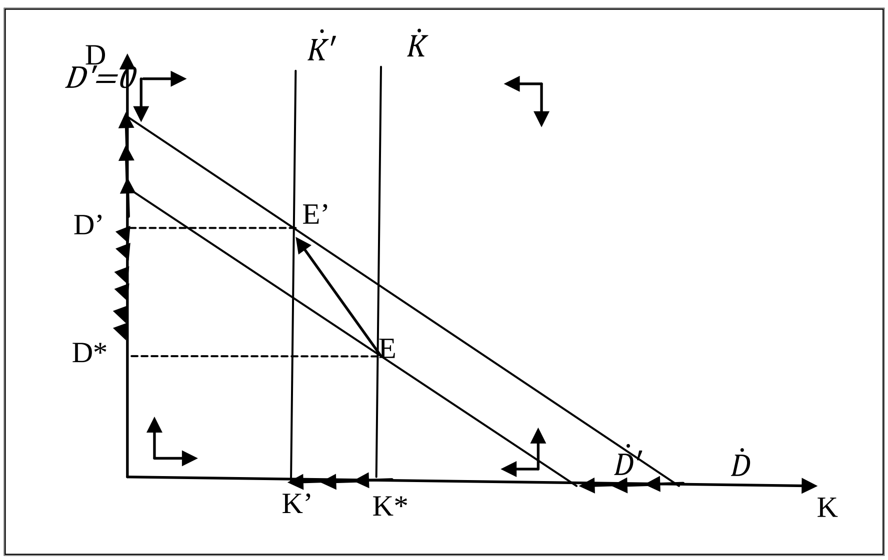


Ilustración 4. Disminución del capital y aumento de la deuda, en el caso en que aumenten los precios del sector agrícola



Bibliografía

Arezki, R., & Van der Ploeg, F. (2007). *Can the natural resouce curse be turned into a blessing? The role of trade policies and institutions.* IMF Working paper WP/07/55.

Casseli, F. (2006). *Power Struggles and the natural Reosurce Curse.* LSE, CEPR and NBER.

Gollin, D., Parente, S., & Rogerson, R. (2008). *The role of agriculture in develpment.*

Groth, C. (2005). *Growth and non-renewable resources revisited.*

Groth, C. (2004). *Strictly endogenous growth with non-renewable resources implies an unbounded growth rate.*

Guilló, M., & Pérez-Sebastián, F. (2004). *Paths of development in a open-economy two sector growth model with land.*

Guilló, M., & Pérez-Sebastián, F. (2008). *Reexamining the Role of Land in Economic Growth.*

Mehlum, H., Moene, K., & Torvik, R. (2005). *Institutions and the resourse course.*

Papyrakis, E., & Gerlagh, R. (2010). *Resource-abundance and economic growth in the U. S.* IVM, Institute for Environmental Studies, Vrije Universiteit, Netherland.

Rodríguez, F., & Sachs, J. (2006). Why Do Resource Abundant Economies Grow More Slowly? A New Explanation and a Aplication to Venezuela. *Journal of Economic Growth* , 65.

Sachs, J., & Warner, A. (1997). *Natural resource abundance and economic growth.* Center for International Development and Harvard Institute for International Development, Harvard University, Cambridge MA.

Sala-i-Martin, X., & Subramanian, A. (2003). Addressing the Natural Resource Curse: An illustration from Nigeria. 46.

Stijns, J.-P. (2005). Natural resource abundance and economic growth revisited. *Resources Policy* , 24.

Thorvaldur, G. (2001). *Natural resources and economic growth: what is the connection?* Germany: CESifo working paper.

Van der Ploeg, F. (2011). *Fiscal policy and dutch disease.* CESifo working paper No. 3398.

Van der Ploeg, F. (2011). Natural resources: Curse or blessing? *Journal of Economic Literature* , 55.

Van der Ploeg, F., & Venables, A. (2010). Absorbing a windfall of foreign exchange. 1-36.