LOS DATOS MONETARIOS DE LA

TEORÍA CLÁSICA DEL VALOR

Carlo Benetti y Edith Klimovsky

Presentación

El presente reporte de investigación, que lleva por título "Los datos monetarios de la teoría clásica del valor", ha sido elaborado por los doctores Carlo Benetti y Edith Alicia Klimovsky Barón, y constituye un avance del proyecto de investigación vigente *Teoría monetaria del desequilibrio*, registrado ante el Consejo Divisional de la División de Ciencias Sociales y Humanidades y con número de registro 407 ante la Coordinación Divisional de Investigación.

La teoría del valor, tanto clásica como neoclásica, se construye dejando de lado la moneda. En la tradición clásica, el punto de partida son los sistemas físicos viables de producción. En este texto se muestra que es posible reconstruir la teoría clásica del valor partiendo únicamente de un sistema de flujos monetarios observado. Este sistema monetario es compatible con una infinidad de sistemas físicos definidos a partir de vectores de precios arbitrarios, en los que todas las cantidades de cada mercancía, como producto y como insumo, son proporcionales. Todos los sistemas físicos derivados de un sistema monetario tienen esta propiedad y los autores los bautizan proporcionales. Estos sistemas tienen dos propiedades importantes: la tasa de excedente de cada mercancía es idéntica en todos los sistemas proporcionales y, cuando se toma la producción total de cada mercancía como unidad de esta, todos ellos se reducen a un mismo sistema físico, lo cual indica que todos representan una misma economía real.

Esta idea es confirmada por el estudio de los sistemas de precios deducidos del sistema monetario observado. Basándose en las propiedades de las matrices semejantes, se muestra que, en todos ellos, la relación salario-tasa de ganancia es la misma, cualquiera que sea el estado de la distribución, y los precios de equilibrio son proporcionales a las cantidades. En consecuencia, las diferencias en las cantidades sólo pueden interpretarse en el marco de la teoría clásica del valor como diferencias en las unidades físicas de las mercancías de una misma economía real. Se muestra, por último, que los datos monetarios bastan para determinar la relación salario-tasa de ganancia y los precios de equilibrio correspondientes al sistema físico que toma la producción total de cada mercancía como unidad.

Dr. Sergio Cámara Izquierdo
Jefe del Departamento de Economía

LOS DATOS MONETARIOS DE LA TEORÍA CLÁSICA DEL VALOR

Carlo Benetti y Edith Klimovsky

Introducción

Las teorías del valor, cualquiera que sea su enfoque, se construyen dejando de lado la moneda y tomando los bienes como punto de partida. Este método está presente tanto en Debreu, (1959) como en Sraffa (1960), que constituyen las dos obras fundamentales en este campo teórico. Este método tradicional, en lugar de reconocer el carácter obviamente monetario de la economía de mercado, llega a la paradójica necesidad de justificar, apelando a la realidad, la existencia misma de dinero en una economía de mercado. La invención en el siglo XVIII de la famosa "fábula del trueque" muestra hasta que punto es artificial esta metodología.

Un punto de vista totalmente contrario es el sostenido por Schumpeter (1954) quien señala: "Monetary analysis introduces the element of money on the very ground floor of our analytical structure and abandons the idea that all essential features of economic life are represented by a barter-economy model" (p. 278). Esta idea es desarrollada de manera más radical por Cartelier (2018) que se centra en un puro análisis monetario excluyendo toda referencia a los bienes.

Centrada en el enfoque clásico, esta investigación, si bien recupera la idea de la importancia del análisis monetario, se propone invertir la manera en la cual se relacionan lógicamente la moneda y los bienes en la teoría del valor. Tomamos el dinero como punto de partida, pero no eliminamos los bienes físicos. En realidad, casi siempre hablamos de mercancías, pero no de las mercancías como dato inicial de la teoría, sino de mercancías como dato *derivado* del sistema monetario observado que es nuestro *único* dato inicial para la construcción de la teoría clásica del valor.

Más precisamente, nuestro solo punto de partida es un sistema de flujos monetarios concebido de manera tal que pueda derivarse el sistema físico de "producción de mercancías por medio de mercancías" como dato de la teoría sraffiana del valor. Se trata entonces de un sistema monetario inicial incompleto en el sentido de que, como en Sraffa, no aparecen los gastos financiados por la ganancia.

Dado que nuestro único dato es un sistema monetario observado, ignoramos completamente cuáles son los precios monetarios asociados al mismo. En consecuencia, hay tantos sistemas físicos derivados de dicho sistema de flujos monetarios como precios monetarios posibles. ¿Cómo se explican las diferencias en las cantidades de insumos y productos de todos estos sistemas físicos? ¿Esta infinidad de sistemas posibles implica que el sistema físico subyacente en un sistema monetario dado está indeterminado? Nos proponemos mostrar que esta infinidad de sistemas físicos posibles son todos expresión de una misma economía real en la cual las mercancías son expresadas en unidades físicas diferentes.

Este trabajo se compone de tres secciones. En la primera se sintetizan las informaciones que suministra un sistema de flujos monetarios. La segunda propone la noción de sistemas físicos proporcionales como base de la demostración de la unicidad del sistema físico subyacente en un sistema monetario observado. Finalmente, la tercera sección muestra que la teoría contemporánea del valor confirma la interpretación de este último resultado.

1. El sistema monetario

Nuestro punto de partida es un sistema de flujos monetarios que figuran en la contabilidad de las empresas y que, agrupados sectorialmente, aparecen en la contabilidad nacional. Estos flujos no especifican los gastos improductivos que constituyen el único destino posible de las ganancias dada la hipótesis sraffiana de que la economía se reproduce sin variaciones en la escala de producción . Esta representación parcial de las relaciones monetarias se explica por el objetivo de reconstruir el sistema de Sraffa de "producción de mercancías por medio de mercancías", en el cual sólo se reemplazan los medios de producción adelantados al inicio del periodo y el uso del producto neto no desempeña ningún papel.

En una economía que produce *n* bienes, el sistema monetario se escribe:

$$\begin{array}{l} m_{11}, m_{12}, \ldots, m_{1n}, W_1 \quad \rightarrow \quad m_1 \\ m_{21}, m_{22}, \ldots, m_{2n}, W_2 \quad \rightarrow \quad m_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ m_{n1}, m_{n2}, \ldots, m_{nn}, W_n \quad \rightarrow \quad m_n \end{array} \qquad (1)$$

donde m_{ij} es el valor monetario del insumo que el sector *i* compra al sector *j*. W_i y m_i representan, respectivamente, la masa salarial y el valor monetrio de la producción del *i*. Estos datos son suficientes para calcular cuatro agregados monetarios:

1. La masa salarial de la economía: $W = \sum_i W_i$.

2. El valor monetario del capital invertido en cada sector $\sum_j m_{ij}$, $\forall i$, y en la economía en su conjunto $\sum_i \sum_j m_{ij}$.

3. El valor monetario del ingreso nacional: $\sum_i m_i - \sum_i \sum_j m_{ij}$.

4. El valor monetario de las ganancias de cada sector: $m_i - \sum_j m_{ij}$, $\forall i$.

Además, las informaciones del sistema monetario observado nos permiten definir cinco nociones importantes relativas a la economía real:

1. Las tasas de ganancia sectoriales: $r_i = \left(m_i - \sum_j m_{ij}\right) / \sum_j m_{ij}$, $\forall i$.

   Sobre la base de estas tasas es posible determinar, desde una perspectiva clásica, si la economía está o no en equilibrio.

2. El vector de trabajo homogéneo, definido a la Sraffa, que representa la distribución sectorial de la masa salarial de la economía:

$$l_m = \begin{bmatrix} \frac{W_1}{W} \\ \frac{W_2}{W} \\ \vdots \\ \frac{W_n}{W} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1^m \\ l_2^m \\ \vdots \\ l_n^m \end{bmatrix} \tag{2}$$

En este enfoque, las cantidades de trabajo homogéneo son definidas como fracciones del trabajo anual total de la sociedad, En este caso, los diferentes tipos de trabajo son homogeneizados a través de sus salarios, medidos en términos de la masa salarial de la economía. En consecuencia, el salario por unidad de trabajo homogéneo es igual a la masa salarial de la economía: $w = W$.

3. El salario exógeno medido en términos del ingreso nacional:

$$\overline{w} = W / \left(\sum_i m_i - \sum_i \sum_j m_{ij} \right) \tag{3}$$

En el marco clásico, $\overline{w}$ es interpretado como el resultado de la negociación salarial.

4. La tasa de excedente de cada mercancía:

$$\sigma_i^m = \left(m_i - \sum_j m_{ji} \right) / \sum_j m_{ji} \text{ , } \forall i \tag{4}$$

Si bien estas tasas son calculadas como relaciones entre datos monetarios, tal como lo indica el superíndice *m*, son también tasas físicas porque son relaciones entre cantidades diferentes de una misma mercancía, siendo por lo tanto independientes de los precios.

Estas tasas desempeñan un papel importante en la teoría clásica. Primeramente, porque la tasa máxima de ganancia de la economía no puede ser mayor que la tasa de excedente más alta, ni menor que la más baja. En segundo lugar, porque esta última determina la máxima tasa de crecimiento uniforme de la economía.

5. Un sistema muy especial, derivado de (1), que se obtiene de la siguiente manera:

- Dividiendo los valores monetarios de cada mercancía *j*, como producto y como insumo, por el valor monetario de su producción, m_j.

- Dividiendo el valor monetario de las masas salariales de cada sector por la masa salarial de la economía.

Este sistema, cuyos elementos son números puros, se escribe:

$$
\begin{array}{lcl}
\dfrac{m_{11}}{m_1}, \dfrac{m_{12}}{m_2}, \ldots, \dfrac{m_{1n}}{m_n}, \dfrac{W_1}{W} & \rightarrow & \dfrac{m_1}{m_1} \\
\dfrac{m_{21}}{m_1}, \dfrac{m_{22}}{m_2}, \ldots, \dfrac{m_{2n}}{m_n}, \dfrac{W_2}{W} & \rightarrow & \dfrac{m_2}{m_2} \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \\
\dfrac{m_{n1}}{m_1}, \dfrac{m_{n2}}{m_2}, \ldots, \dfrac{m_{nn}}{m_n}, \dfrac{W_n}{W} & \rightarrow & \dfrac{m_n}{m_n}
\end{array}
\tag{5}
$$

Por otra parte, en los sistemas (1) y (5), todos los valores monetarios de las mercancías son el producto de cantidades y precios desconocidos y, por la otra, cada cociente $\frac{m_{ij}}{m_j}$, $\forall i, j$, relaciona cantidades de la misma mercancía *j* y es independiente de los precios. Por lo tanto, $\frac{m_{ij}}{m_j}$ puede ser reemplazado por un número puro que representa el cociente $\frac{x_{ij}}{y_j}$, cuyo numerador y denominado son desconocidos. En consecuencia, dado (2), el Sistema (5) puede reescribirse de la siguiente manera:

$$
\begin{array}{lcl}
\dfrac{x_{11}}{y_1}, \dfrac{x_{12}}{y_2}, \mathrm{K}\ , \dfrac{x_{1n}}{y_n}, l_1^m & \rightarrow & 1 \\
\dfrac{x_{21}}{y_1}, \dfrac{x_{22}}{y_2}, \mathrm{K}\ , \dfrac{x_{2n}}{y_n}, l_2^m & \rightarrow & 1 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & & \\
\dfrac{x_{n1}}{y_1}, \dfrac{x_{n2}}{y_2}, \mathrm{K}\ , \dfrac{x_{nn}}{y_n}, l_n^m & \rightarrow & 1
\end{array}
\tag{6}
$$

El vector de excedente es $s'_m = \left[s_1^m, s_2^m, K, s_n^m \right]$, donde $s_j^m = 1 - \sum_i \frac{x_{ij}}{y_j}$, $\forall j$.

Si bien no tenemos ninguna información respecto a las cantidades producidas de las mercancías y desconocemos por lo tanto también cuáles son las proporciones entre las ramas de la economía, el sistema (6) nos da una información acerca de la economía real pues nos indica cuál es la proporción de la producción de cada una de las mercancías que se utiliza en la producción de cada una de ellas. En las próximas secciones vamos a mostrar el interés de este sistema.

2. Sistemas físicos subyacentes: el concepto de sistema proporcional

Nuestro único dato es el sistema monetario (1). Suponemos, por lo tanto, que no tenemos ninguna información adicional acerca de las cantidades de mercancías, ni tampoco de los precios unitarios que corresponden a los flujos monetarios registrados en (1). Un sistema físico posible cualquiera es obtenido como cociente entre los flujos monetarios dados y precios monetarios arbitrarios.

Definimos dos sistemas físicos derivados de dos vectores de precios arbitrarios cualesquiera, $\overline{p}^I$ y $\overline{p}^{II}$ que, *a priori*, pueden diferir o no por las unidades físicas en las que se miden las mercancías. A partir del vector $\overline{p}^I$ obtenemos el sistema siguiente:

Sistema físico I:
$$\begin{array}{l} x_{11}^I, x_{12}^I, ..., x_{1n}^I, l_1 \to y_1^I \\ x_{21}^I, x_{22}^I, ..., x_{2n}^I, l_2 \to y_2^I \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{n1}^I, x_{n2}^I, ..., x_{nn}^I, l_n \to y_n^I \end{array} \tag{7}$$

donde x_{ji}^I representa representa la cantidad de la mercancía *i* necesaria para la producción de la cantidad y_j^I de la mercancía *j*, $\forall i, j$, en el sistema físico I. El vector de excedente físico es $s'^I = \left[s_1^I, s_2^I, K, s_n^I \right]$, donde $s_j^I = y_j^I - \sum_i x_{ij}^I$, $\forall j$, y la tasa de excedente de la mercancía *j* es $\sigma_j^I = \frac{y_j^I}{\sum_i x_{ij}^I} - 1$, $\forall j$.

A partir del vector $\overline{p}^{II}$ obtenemos:

$$\text{Sistema físico II:} \qquad \begin{array}{l} x_{11}^{II}, x_{12}^{II}, ..., x_{1n}^{II}, l_1 \rightarrow y_1^{II} \\ x_{21}^{II}, x_{22}^{II}, ..., x_{2n}^{II}, l_2 \rightarrow y_2^{II} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ x_{n1}^{II}, x_{n2}^{II}, ..., x_{nn}^{II}, l_n \rightarrow y_n^{II} \end{array} \qquad (8)$$

donde x_{ji}^{II} representa la cantidad de la mercancía *i* necesaria para la producción de la cantidad y_j^{II} de la mercancía *j*, $\forall i, j$, en el sistema físico II. El vector de excedente físico es $s'^{II} = \left[s_1^{II}, s_2^{II}, K, s_n^{II} \right]$, donde $s_j^{II} = y_j^{II} - \sum_i x_{ij}^{II}$, $\forall j$, y la tasa de excedente de la mercancía *j* es $\sigma_j^{II} = \dfrac{y_j^{II}}{\sum_i x_{ij}^{II}} - 1$, $\forall j$.

Comparemos ahora los sistemas físicos I y II. Por construcción se tiene:

$$m_i = \overline{p}_i^I y_i^I = \overline{p}_i^{II} y_i^{II} \quad \forall i \qquad \text{y} \qquad m_{ji} = x_{ji}^I \overline{p}_i^I = x_{ji}^{II} \overline{p}_i^{II} \quad \forall i, j \qquad (9)$$

De estas igualdades se derivan 3 relaciones fundamentales entre las cantidades de los dos sistemas:

(*i*) Por construcción, las cantidades físicas de las mercancías, como producto y como insumo, son inversamente proporcionales a los precios monetarios[1] utilizados para definirlas. De (9) se tiene:

$$\frac{y_j^{II}}{y_j^I} = \frac{\overline{p}_j^I}{\overline{p}_j^{II}} \quad \forall j \qquad \text{y} \qquad \frac{x_{ij}^{II}}{x_{ij}^I} = \frac{\overline{p}_j^I}{\overline{p}_j^{II}} \quad \forall i, j \qquad (10)$$

(*ii*) Todas las cantidades de cada una de las mercancías, como producto y como insumo, son proporcionales:

---

[1] Dos relaciones inversas entre las cantidades relativas y los precios relativos se derivan de (12): $\dfrac{x_{ij}^{II} / y_i^{II}}{x_{ij}^I / y_i^I} = \dfrac{\overline{p}_i^{II} / \overline{p}_i^I}{\overline{p}_j^{II} / \overline{p}_j^I}$ y $\dfrac{y_i^{II} / y_j^{II}}{y_i^I / y_j^I} = \dfrac{\overline{p}_j^{II} / \overline{p}_j^I}{\overline{p}_i^{II} / \overline{p}_i^I}$, $\forall i, j$.

$$\frac{y_j^{\ II}}{y_j^{\ I}} = \frac{x_{ij}^{II}}{x_{ij}^{I}} \qquad \forall i, j \tag{11}$$

(*iii*) La fracción de la cantidad producida de una mercancía que se utiliza en la producción de cada una de ellas es idéntica en ambos sistemas:

$$\frac{x_{ij}^{II}}{y_j^{II}} = \frac{x_{ij}^{I}}{y_j^{I}}\ ,\ \forall i, j \tag{12}$$

Esta última relación es particularmente importante y se verifica en todos los sistemas físicos deducidos de un sistema monetario. Nótese que estas fracciones son las mismas que fueron deducidas directamente del sistema (1) y figuran en el sistema (6). El significado económico de estas igualdades será aclarado más adelante.

Dado que el objetivo principal es la comparación de los sistemas físicos derivados de un mismo sistema monetario, vamos a explicitar el coeficiente de proporcionalidad que sintetiza estas tres relaciones entre las cantidades físicas de nuestros dos sistemas, tomando como base el sistema I. Las cantidades derivadas de los precios $\overline{p}^{II}$ son representadas a través de su proporcionalidad con las cantidades derivadas de los precios $\overline{p}^{I}$. Con este objeto, reescribimos las relaciones (10-12) introduciendo los coeficientes de proporcionalidad, que denotamos ϕ_i^{II}.

$$\phi_1^{II} = \frac{\overline{p}_1^{I}}{\overline{p}_1^{II}} = \frac{y_1^{\ II}}{y_1^{\ I}} = \frac{x_{j1}^{II}}{x_{j1}^{I}}\ , \quad \dots\ , \quad \phi_n^{II} = \frac{\overline{p}_n^{I}}{\overline{p}_n^{II}} = \frac{y_n^{\ II}}{y_n^{\ I}} = \frac{x_{jn}^{II}}{x_{jn}^{I}}\ , \quad \forall j \tag{13}$$

El coeficiente ϕ_i^{II} es el factor de proporcionalidad de la mercancía *i* que convierte las cantidades de dicha mercancía del sistema I al sistema II: todas las cantidades del bien *i* en el sistema II son ϕ_i^{II} veces las del sistema I. El coeficiente ϕ_i^{II}, $\forall i$, tiene un significado diferente según que los vectores $\overline{p}^{I}$ and $\overline{p}^{II}$ se refieran a las mismas o a distintas unidades físicas de las mercancías. En el primer caso, los coeficientes son números puros a través de los cuales se convierten las cantidades de un sistema a otro. En el segundo, los coeficientes convierten cantidades *y* unidades físicas.[2]

Usando (13) reescribimos el sistema II de la siguiente manera:

Sistema físico II:
$$\begin{array}{l} \phi_1^{II} x_{11}^{I}, \phi_2^{II} x_{12}^{I}, ..., \phi_n^{II} x_{1n}^{I}, l_1 \;\; \rightarrow \phi_1^{II} y_1^{I} \\ \phi_1^{II} x_{21}^{I}, \phi_2^{II} x_{22}^{I}, ..., \phi_n^{II} x_{2n}^{I}, l_2 \; \rightarrow \phi_2^{II} y_2^{I} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \phi_1^{II} x_{n1}^{I}, \phi_2^{II} x_{n2}^{I}, ..., \phi_n^{II} x_{nn}^{I}, l_n \; \rightarrow \phi_n^{II} y_n^{I} \end{array} \qquad (14)$$

Generalizando la relación entre los sistemas físicos I y II derivados de un mismo sistema monetario, llamamos proporcionales a todos los sistemas físicos -cualquiera sea su origen, monetario o no- en los cuales todas las cantidades de una misma mercancía *i*, como producto y como insumo, de cualquiera de ellos están definidas a partir de las respectivas cantidades de un sistema base multiplicadas por un mismo coeficiente ϕ_i. Concluimos que todos los sistemas físicos posibles derivados de un mismo sistema monetario son proporcionales.

Veamos cuál es el significado económico de las igualdades (12). Estas relaciones son la expresión a la vez de la técnica y de las proporciones entre las ramas. En efecto, dividiendo y multiplicando el primer miembro de (12) por y_i^{II} y el último por y_i^{I}, se tiene:

$$\frac{x_{ij}^{II}}{y_i^{II}} \frac{y_i^{II}}{y_j^{II}} = \frac{x_{ij}^{I}}{y_i^{I}} \frac{y_i^{I}}{y_j^{I}} \qquad (15)$$

Los cocientes $\frac{x_{ij}^{I}}{y_i^{I}}$ y $\frac{x_{ij}^{II}}{y_i^{II}}$, $\forall i, j$, indican la cantidad del bien *j* necesaria para la producción de una unidad de la mercancía *i* en los sistemas I y II, respectivamente, y representan la

---

[2] Indiquemos la dimensión de una variable por un corchete, y llamemos "*a*" a una unidad de la mercancía 1 en el Sistema I y "*b*" en el sistema II, y "*c*" a una unidad de mercancía 2 en el sistema I y "*d*" y "*d*" en el sistema II. Por ejemplo, la dimensión de $\phi_1^{II} = \frac{\overline{p}_1^{I}}{\overline{p}_1^{II}}$ se escribe $\phi_1^{II} = \left[\overline{p}_1^{I}\right] / \left[\overline{p}_1^{II}\right] = \frac{[\$]/[a]}{[\$]/[b]} = \frac{[b]}{[a]}$. Se tiene entonces $\phi_1^{II}\left[x_{11}^{I}\right] = [b]$ y $\phi_1^{II}\left[y_1^{I}\right] = [b]$. En cuanto a $\left[\phi_2^{II}\right]\left[x_{12}^{I}\right]$, es igual a $\frac{[\$]/[c]}{[\$]/[d]}[c] = [d]$.

técnica de producción de esta mercancía en ambos sistemas, mientras que $\frac{y_i^I}{y_j^I}$ y $\frac{y_i^{II}}{y_j^{II}}$ indican, respectivamente, la proporción entre las ramas en ambos sistemas. Una propiedad central de los sistemas proporcionales es que la igualdad (15) se verifica porque en estos sistemas, *por construcción*, los productos de los cocientes no se modifican ante cambios en la técnica los cuales implican cambios inversamente proporcionales en las proporciones.

$$\frac{x_{ij}^{II}}{y_i^{II}} = \frac{\phi_j^{II}}{\phi_i^{II}} \frac{x_{ij}^I}{y_i^I} \quad \Leftrightarrow \quad \left(\frac{y_i}{y_j}\right)^{II} = \frac{\phi_i^{II}}{\phi_j^{II}} \left(\frac{y_i^I}{y_j^I}\right) \quad \forall i, j\,, \;\; i \neq j \tag{16}$$

Las diferencias entre todos los sistemas físicos que se derivan de un mismo sistema monetario se eliminan porque se compensan perfectamente entre sí. En suma, en los sistemas proporcionales, la fracción de la cantidad producida de una mercancía que se utiliza en la producción de cada una de ellas es idéntica. Esta propiedad explica las dos principales características de los sistemas proporcionales, que sintetizamos en las dos proposiciones siguientes:

A. *La tasa de excedente de una mercancía es idéntica en todos los sistemas proporcionales, cualquiera que sea su origen -monetario o no-, y es la misma que se obtiene a partir de los datos del sistema monetario.*

La relación particular entre técnica y proporciones de los sistemas físicos I y II, indicada por (16), explica la igualdad de las tasas de excedente de cada una de las mercancías en todos los sistemas físicos proporcionales. Por ejemplo, para la mercancía *j* se tiene:

$$\sigma_j^I = \frac{1}{\sum_i \frac{x_{ij}^I}{y_i^I} \frac{y_i^I}{y_j^I}} - 1 = \frac{1}{\sum_i \frac{x_{ij}^{II}}{y_i^{II}} \frac{y_i^{II}}{y_j^{II}}} - 1 = \sigma_j^{II} \quad \forall j \tag{17}$$

Estas igualdades se verifican para todos los sistemas proporcionales. La particularidad de este resultado es que deriva de la igualdad de *cada* término de la suma que figura en el denominador de la fórmula anterior, y no de una compensación de los sumandos.

Dado que la tasa de excedente de cada mercancía es independiente de los precios porque relaciona cantidades de una misma mercancía puede, como vimos en (4), ser calculada directamente a partir de los datos del sistema monetario. Una consecuencia notable es que la tasa uniforme de crecimiento potencial de una economía, que es igual a la más chica de las tasas de excedente de las mercancías, es la misma en todos los sistemas físicos derivados de un mismo sistema monetario y puede ser calculada directamente a partir de los datos monetarios.

B. *El sistema físico obtenido cuando se toma la producción de cada una de las mercancías como nueva unidad de la misma es idéntico en todos los sistemas proporcionales, cualquiera que sea su origen, monetario o no.*

Sea la producción de cada mercancía *i* equivalente a 1 nueva unidad de *i* que notamos $1_{(i)}$, donde el subíndice (*i*) indica que se trata de una cantidad de *i*. Este cambio en las unidades físicas debe también aplicarse a las cantidades de mercancías usadas como insumo en ambos sistemas. Sea $\tilde{x}_{ij}$ la fracción de la producción de la mercancía *j* necesaria para producir 1 nueva unidad de la mercancía *i*. Se deduce de (14) que esta fracción es la misma en ambos sistemas I y II:

$$\tilde{x}_{ij} = \left(\frac{x_{ij}^{I}}{y_{j}^{I}}\right)_{(j)} = \left(\frac{x_{ij}^{II}}{y_{j}^{II}}\right)_{(j)}, \quad \forall i, j \tag{18}$$

donde el subíndice (*j*) indica que se trata de una cantidad de y la parte numérica de las fracciones $\frac{x_{ij}^{I}}{y_{j}^{I}}$ y $\frac{x_{ij}^{II}}{y_{j}^{II}}, \forall i, j$, es la que figura en el sistema (6). Partiendo del sistema I o del sistema II, se obtiene un *mismo* sistema físico cuyos métodos de producción se escriben:

$$\begin{array}{l} \tilde{x}_{11}, \tilde{x}_{12}, \ldots, \tilde{x}_{1n}, l_1 \to 1_{(1)} \\ \tilde{x}_{21}, \tilde{x}_{22}, \ldots, \tilde{x}_{2n}, l_2 \to 1_{(2)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \tilde{x}_{n1}, \tilde{x}_{n2}, \ldots, \tilde{x}_{nn}, l_n \to 1_{(n)} \end{array} \tag{19}$$

El vector de excedente físico es $s' = [s_1, s_2, \ldots, s_n]$, donde $s_j = 1_{(j)} - \sum_i \tilde{\sigma}_{ij}$, $\forall j$. Obviamente se tiene: $\tilde{\sigma}_j = \sigma_j^I = \sigma_j^{II} = \sigma_j^m$.

Esta propiedad de los sistemas físicos proporcionales cuestiona la interpretación de estos sistemas como combinaciones particulares de técnica y proporciones tales que la fracción de la cantidad producida de una mercancía que se utiliza en la producción de cada una de ellas es idéntica. Sin lugar a dudas, las características de una economía no se modifican cuando se toma como unidad de medida de las mercancías la cantidad producida de las mismas. Los sistemas físicos (7) y (19) al igual que los sistemas (8) y (19) y, de manera general, *todos* los sistemas físicos derivados de un mismo sistema monetario observado sólo difieren en las unidades físicas de las mercancías y representan la misma economía[3]. La teoría clásica contemporánea del valor va a confirmar esta proposición.

3. La teoría clásica del valor reconstruida a partir del sistema monetario observado

3. 1 Los sistemas de precios

La teoría del valor es, por naturaleza, matemática y, en la óptica clásica, es construida como un sistema de ecuaciones lineales homogéneo. En consecuencia, el sistema de precios clásicos tiene un grado de libertad y una variable de distribución debe fijarse exógenamente. En nuestro enfoque, esta variable es el salario como porcentaje del ingreso nacional, determinado por el sistema monetario dado.[4] Este dato es común a todos los sistemas de precios construidos a partir de un sistema monetario dado (véase (3)).

La teoría clásica moderna de los precios es formalizada a través del algebra lineal y las propiedades de las matrices similares son nuestra principal herramienta. En cuanto a las

[3] Nuestro análisis de los sistemas físicos derivados de un sistema monetario observado coincide con la afirmación de Kurz y Salvadori a propósito del cambio en las unidades físicas de las mercancías: “Obviously, the old and the new relationship describe exactly the same economy, even though they use different units of account”, (1995, p. 43).

.

[4] Por lo tanto, los precios también están medidos en términos del ingreso nacional.

matrices y vectores que sirven como base para la construcción de los sistemas de precios, cabe distinguir:

- La matriz $A_m = \left[\dfrac{m_{ij}}{m_j}\right]$ y los vectores de producto neto s'_m y de trabajo homogéneo l^m, cuyos elementos se calculan a partir de (5) y son todos números puros definidos única y exclusivamente a partir de las informaciones del sistema monetario.

- Las matrices $A^I = \left[\dfrac{x_{ij}^I}{y_i^I}\right]$ y $A^{II} = \left[\dfrac{x_{ij}^{II}}{y_i^{II}}\right]$, los vectores s'^I y s'^{II} de producto neto, y los vectores l^I y l^{II} de trabajo homogéneo -cuyos *i*-ésimos elementos indican la cantidad de trabajo homogéneo necesaria para producir una unidad de mercancía *i* en los sistemas I y II, respectivamente, $l_i^I = \dfrac{l_i^m}{y_i^I}$ y $l_i^{II} = \dfrac{l_i^m}{y_i^{II}}$, $\forall i$ -, que se construyen a partir de (7) y (8) en el supuesto de rendimientos constantes. Estos datos son una ilustración de la infinidad de matrices y vectores de trabajo y producto neto que se pueden deducir de un sistema monetario observado, suponiendo vectores arbitrarios de precios monetarios.

- La matriz $A = \left[\dfrac{\tilde{x}_{ij}}{1_{(i)}}\right]$, el vector s' de producto neto, y el vector l de trabajo homogéneo -cuyo *i*-ésimo elemento indica la cantidad de trabajo homogéneo por una nueva unidad de mercancía *i*, $l_i = \dfrac{l_i^m}{1_{(i)}}$, $\forall i$ -, construidos a partir de (19) que es el *único* sistema físico que se obtiene cuando, en los distintos sistemas físicos proporcionales derivados de un mismo sistema monetario, se toma la producción de cada una de las mercancías como nueva unidad de la misma.

Sobre esta base se pueden construir cuatro sistemas de precios diferentes:

- El sistema que denominamos monetario:

$$(1+r_m)(I - \bar{w} l_m s'_m)^{-1} A_m p_m = p_m \qquad (20)$$

donde el vector p_m es un vector de números puros.

- El sistema que denominamos con cambio de unidad:

$$(1+r)(I-\bar{w}ls')^{-1}Ap = p \tag{21}$$

donde el vector p indica los precios de equilibrio de las mercancías cuando se toma la producción total de cada una de ellas como nueva unidad de la misma, en cualquiera de los sistemas físicos proporcionales deducidos del sistema monetario (1).

- Los sistemas que denominamos I y II, representativos de la infinidad de sistemas físicos que se pueden derivar de un sistema monetario observado:

$$(1+r^{I})(I-\bar{w}l^{I}s'^{I})^{-1}A^{I}p^{I} = p^{I} \tag{22}$$

$$(1+r^{II})(I-\bar{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}p^{II} = p^{II} \tag{23}$$

donde los vectores de precios p^{I} y p^{II} representan los precios unitarios de equilibrio correspondientes a los sistemas físicos I y II.

Respecto a los datos de estos cuatro sistemas de precio es importante subrayar:

1. Mientras que los datos de los sistemas monetario y con cambio de unidad, dependen de la técnica y de las proporciones entre las ramas, pero son independientes de las unidades físicas en las que se miden las mercancías individuales, en los sistemas I y II dependen de dichas unidades físicas y de la técnica, pero son independientes de las proporciones.
2. En el sistema con cambio de unidad, como en los sistemas físicos I y II, los datos tienen una dimensión física pero, por construcción, su parte numérica es la misma que la de los respectivos datos del sistema monetario. En consecuencia, los datos de los sistemas (20) y (21) pueden calcularse directamente a partir de las informaciones del sistema monetario observado, sin necesidad de suponer ningún vector de precios arbitrario.

Para comparar la tasa de ganancia uniforme asociada al nivel dado del salario y los vectores de precios definidos por estos cuatro sistemas de precios es necesario explicitar la relación que existe entre las matrices y vectores correspondientes.

3.2 Tasa de ganancia y precios en el sistema monetario y en el sistema físico con cambio de unidad

A fin de esclarecer la relación entre las variables correspondientes al sistema monetario y al sistema físico con cambio de unidad es necesario mostrar la relación que existe entre las matrices $\left[(I-\overline{w}ls')^{-1}A\right]$ y $\left[(I-\overline{w}l_m s'_m)^{-1}A_m\right]$. Comencemos por las matrices A y A_m. Estas matrices son similares porque existe una matriz diagonal invertible $\hat{U}$, cuyos elementos son una unidad de cada una de las mercancías, tal que $A=\hat{U}^{-1}A_m\hat{U}$, de donde se infiere:

$$A_m=\hat{U}A\hat{U}^{-1} \tag{24}$$

Las matrices A y A_m tienen por lo tanto los mismos valores propios. Dado que el valor propio máximo de ambas matrices es igual a la inversa de $1+R$, la tasa máxima de ganancia es la misma en ambos sistemas.

Por otra parte, las matrices $\left[(I-\overline{w}ls')^{-1}A\right]$ y $\left[(I-\overline{w}l_m s'_m)^{-1}A_m\right]$ son también similares porque la matriz $\hat{U}$ es tal que: [5]

$$(I-\overline{w}l_m s'_m)^{-1}A_m=\hat{U}(I-\overline{w}ls')^{-1}A\hat{U}^{-1} \tag{25}$$

Así pues, las matrices de los sistemas (20) y (21) tienen los mismos valores propios, pero distintos vectores propios.

Como es sabido, cuando el salario es positivo, el valor propio máximo de las matrices de los sistemas (20) y (21) es igual a la inversa del factor de ganancia. Por lo tanto, dado el nivel del salario $\overline{w}$ definido por el sistema monetario observado, la tasa de ganancia es la misma en (20) y en (21): $r_m=r$. En otros términos, la relación $r(w)$ es idéntica en ambos sistemas. Esta identidad entre las variables de distribución es independiente de cuál de ellas se fije

---

[5] Esto es así porque:

$$(I-\overline{w}l_m s'_m)^{-1}=\hat{U}(I-\overline{w}ls')^{-1}\hat{U}^{-1}$$

Y dado (24), se tiene:

$$(I-\overline{w}l_m s'_m)^{-1}A_m=\hat{U}(I-\overline{w}ls')^{-1}\hat{U}^{-1}\hat{U}A\hat{U}^{-1}$$

de donde se infiere:

$$(I-\overline{w}l_m s'_m)^{-1}A_m=\hat{U}(I-\overline{w}ls')^{-1}A\hat{U}^{-1}$$

exógenamente. Si en el sistema (21) se toma la tasa de ganancia como exógena e inferior a la tasa máxima, el salario medido en términos del ingreso nacional está dado por la relación siguiente:

$$w(r) = \frac{1}{s'\,[I-(1+r)A]^{-1} l} = \frac{1}{s'\;[I+(1+r)A+(1+r)^2A^2+(1+r)^3A^3+\ldots]\,l} \qquad (26)$$

Reemplazando A por $\hat{U}^{-1}A_m\hat{U}$, l por $\hat{U}^{-1}l_m$, y s' por $s'_m\hat{U}$ en cualquiera de los términos de la serie de potencias del denominador de (26), se obtiene el mismo salario, medido en términos del ingreso nacional, para el nivel dado de la tasa de ganancia. Esto es así porque, cualquiera que sea la potencia, se verifica la siguiente igualdad:

$$(1+r)^k s'\left(A\right)^k l = (1+r)^k s'_m\hat{U}\hat{U}^{-1}A_m\hat{U}\hat{U}^{-1}l_m = (1+r)^k s'_m A_m l_m \qquad \forall k,\ k\geq 0$$

Por otra parte, introduciendo (25) en (20), se tiene:

$$(1+r)(I-\bar{w}ls')^{-1}A\hat{U}^{-1}p_m = \hat{U}^{-1}p_m \qquad (27)$$

Comparando (27) con (21), se infiere:

$$p = \hat{U}^{-1}p_m \qquad (28)$$

Se concluye así que los datos del sistema monetario observado son suficientes para determinar el vector de precios de equilibrio asociado al sistema (19).

3.3 Tasa de ganancia y precios en nuestros tres sistemas físicos

Para comprender la relación entre las variables de los tres sistemas físicos estudiados en este artículo, examinamos la relación que existe entre las matrices $\left[(I-\bar{w}ls')^{-1}A\right]$, $\left[(I-\bar{w}l^I s'^I)^{-1}A^I\right]$, y $\left[(I-\bar{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}\right]$. De manera análoga a lo realizado en la sección anterior, comenzamos por las matrices A, A^I and A^{II}. Las matrices A y A^I, al igual que las matrices A y A^{II}, son similares: existen dos matrices diagonales invertibles, que denotamos $\hat{Q}^I$ y $\hat{Q}^{II}$, cuyos elementos positivos son números puros que indican, respectivamente, la relación entre las cantidades producidas de cada una de las mercancías, la *i*, por ejemplo, en los sistemas (7) y (19) $-$es decir, $y_i^I/1_{(i)}-$, y en los sistemas (8) y (19) $-$es decir, $y_i^{II}/1_{(i)}-$ tales que:

$$A^I=\left(\hat{Q}^I\right)^{-1}A\ \hat{Q}^I. \tag{29}$$

$$A^{II}=\left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}A\ \hat{Q}^{II} \tag{30}$$

Por consiguiente, las matrices A, A^I y A^{II} tienen los mismos valores propios. En este caso, la tasa máxima de ganancia es la misma en los tres sistemas de precio. Dado que $R_m=R$, podemos concluir que la tasa máxima de ganancia es idéntica en el sistema monetario y en todos los sistemas físicos que se pueden derivar del mismo.

Por otra parte, las matrices $\left[(I-\overline{w}ls')^{-1}A\right]$ y $\left[(I-\overline{w}l^Is'^I)^{-1}A^I\right]$, y las matrices $\left[(I-\overline{w}ls')^{-1}A\right]$ y $\left[(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}\right]$ son también similares porque las matrices $\hat{Q}^I$ y $\hat{Q}^{II}$ son tales que[6]:

$$(I-\overline{w}l^Is'^I)^{-1}A^I=\left(\hat{Q}^I\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}\ A\hat{Q}^I \tag{31}$$

$$(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}=\left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}A\hat{Q}^{II} \tag{32}$$

Dado que las matrices $\left[(I-\overline{w}ls')^{-1}A\right]$ y $\left[(I-\overline{w}l^Is'^I)^{-1}A^I\right]$, y las matrices $\left[(I-\overline{w}ls')^{-1}A\right]$ y $\left[(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}\right]$ son similares, tienen por lo tanto los mismos valores propios pero distintos vectores propios.

---

[6] Esto es así porque:

$(I-\overline{w}l^Is'^I)^{-1}=\left(\hat{Q}^I\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}\ \hat{Q}^I$ y $(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}=\left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}\ \hat{Q}^{II}$

Y dado (29) y (30), se tiene, respectivamente:

$$(I-\overline{w}l^Is'^I)^{-1}A^I=\left(\hat{Q}^I\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}\ \hat{Q}^I\left(\hat{Q}^I\right)^{-1}A\hat{Q}^I$$

$$(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}=\left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}\ \hat{Q}^{II}\left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}A\hat{Q}^{II}$$

de donde se infiere:

$(I-\overline{w}l^Is'^I)^{-1}A^I=\left(\hat{Q}^I\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}\ A\hat{Q}^I$ y $(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}=\left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}(I-\overline{w}ls')^{-1}A\hat{Q}^{II}$

De la igualdad de los valores propios se infiere que, para el salario $\bar{w}$ definido por el sistema monetario observado, la tasa de ganancia es la misma en los tres sistemas de precio: $r = r^{I} = r^{II}$. Dado que $r_m = r$, podemos concluir que la tasa de ganancia es idéntica en el sistema monetario y en todos los sistemas físicos que se pueden derivar del mismo. Esta propiedad es independiente del nivel del salario exógeno. Por lo tanto, la relación $r(w)$ es idéntica en los sistemas físicos (7), (8) et (19) cualquiera que sea el nivel del salario.

Por otra parte, esta identidad entre las variables de distribución de los tres sistemas físicos no depende de cuál de ellas se fije exógenamente. Reemplazando A por $\hat{Q}^{I} A^{I} \left(\hat{Q}^{I}\right)^{-1}$ o $\hat{Q}^{II} A^{II} \left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}$, l por $\hat{Q}^{I} l^{I}$ o $\hat{Q}^{II} l^{II}$, y s' por $s'^{I} \left(\hat{Q}^{I}\right)^{-1}$ o $s'^{II} \left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1}$, en cualquiera de los términos de la serie de potencias del denominador de (26), se obtiene el mismo salario, medido en términos del ingreso nacional, para el nivel dado de la tasa de ganancia. Esto es así porque, cualquiera que sea la ponencia, se tiene:

$$(1+r)^k s' A^k l = (1+r)^k s'^{I} \left(\hat{Q}^{I}\right)^{-1} \hat{Q}^{I} \left(A^{I}\right)^k \left(\hat{Q}^{I}\right)^{-1} \hat{Q}^{I} l^{I} = (1+r)^k s'^{I} \left(A^{I}\right)^k l^{I} \qquad \forall k,\ k \geq 0$$

$$(1+r)^k s' A^k l = (1+r)^k s'^{II} \left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1} \hat{Q}^{II} \left(A^{II}\right)^k \left(\hat{Q}^{II}\right)^{-1} \hat{Q}^{II} l^{II} = (1+r)^k s'^{II} \left(A^{II}\right)^k l^{II} \qquad \forall k,\ k \geq 0$$

En cuanto a los vectores propios, substituyendo (31) en (22), y (32) en (23), se tiene, respectivamente:

$$(1+r)(I - \bar{w} l s')^{-1} A \hat{Q}^{I} p^{I} = \hat{Q}^{I} p^{I} \qquad (22’)$$

$$(1+r)(I - \bar{w} l s')^{-1} A \hat{Q}^{II} p^{II} = \hat{Q}^{II} p^{II} \qquad (23’)$$

De (22’) y (23’) se deduce que:

$$p = \hat{Q}^{I} p^{I} \qquad \text{y} \qquad p = \hat{Q}^{II} p^{II} \qquad (33)$$

El vector de precios asociado a (21) representa el valor de equilibrio de la producción de los sistemas I y II. Más generalmente, el vector de precios asociado con el sistema (21) representa el valor de equilibrio de la producción de todos los sistemas físicos proporcionales derivados del sistema monetario (1).

3.4 Relación entre los precios unitarios de los sistemas proporcionales

Para ilustrar la relación entre los precios unitarios de los sistemas proporcionales vamos a explicitar la relación que se deriva de (33) entre los vectores de precios de equilibrio de los sistemas físicos I y II, utilizando el primero como base y reescribiendo el segundo tal como lo hicimos en (14).

Examinemos con este objeto la relación entre las matrices $\left[(I-\overline{w}l^{I}s'^{I})^{-1}A^{I}\right]$ y $\left[(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}\right]$. Estas matrices son también similares porque existe una matriz diagonal invertible $\hat{\Phi}$, cuyos elementos no nulos $\phi_i^{II}=\dfrac{y_i^{II}}{y_i^{I}}, \forall i$, son tales que:

$$\left[(I-\overline{w}l^{II}s'^{II})^{-1}A^{II}\right]=\hat{\Phi}^{-1}\left[(I-\overline{w}l^{I}s'^{I})^{-1}A^{I}\right]\hat{\Phi} \tag{34}$$

Introduciendo (35) en (23), se tiene:

$$(1+r)\left[(I-\overline{w}l^{I}s'^{I})^{-1}A^{I}\right]\hat{\Phi}p^{II}=\hat{\Phi}p^{II}$$

de donde se infiere:

$$p^{I}=\hat{\Phi}p^{II} \tag{35}$$

De (35) se infiere que, a distintos sistemas físicos proporcionales, difieran o no por las unidades físicas de las mercancías, les corresponden vectores de precios de equilibrio diferentes, cualquiera que sea la unidad de medida de los precios. Ahora bien, como $\hat{\Phi}$ es una matriz diagonal, la relación entre los precios de equilibrio de cada una de las mercancías, correspondientes a dos sistemas físicos proporcionales distintos, sólo depende de la relación entre las cantidades de cada una de ellas en ambos sistemas:

$$\frac{p_i^{I}}{p_i^{II}}=\frac{y_i^{II}}{y_i^{I}} \qquad \forall i \tag{36}$$ [7]

[7] En virtud de (11), también se tiene $\dfrac{p_i^{I}}{p_i^{II}}=\dfrac{x_{ji}^{II}}{x_{ji}^{I}}, \forall i, j$.

En consecuencia, cuando se pasa de un sistema físico a otro, el cambio en el precio de una mercancía es independiente de los cambios operados en las cantidades de las demás mercancías. En virtud de (36), en los sistemas físicos proporcionales, cualquiera que sea su origen, monetario o físico, existe una proporcionalidad inversa entre las cantidades producidas y los precios de equilibrio unitarios:

$$y_i^I p_i^I = y_i^{II} p_i^{II} \quad \forall i \tag{37}$$

En este caso, el valor del producto neto es una buena unidad de medida para la comparación de los sistemas de precios asociados a todos los sistemas proporcionales cuyos productos netos son físicamente diferentes, pero tienen el mismo valor.[8]

Por otra parte, dado que $\phi_i^{II} = \dfrac{\overline{p}_i^I}{\overline{p}_i^{II}} = \dfrac{y_i^{II}}{y_i^I}$, $\forall i$, (véase (13)), la relación entre los precios de equilibrio asociados a los sistemas físicos I y II es la misma que la relación entre los precios iniciales arbitrarios utilizados para construirlos:

$$\frac{p_i^I}{p_i^{II}} = \frac{\overline{p}_i^I}{\overline{p}_i^{II}} \qquad \forall i \tag{38}$$

En síntesis, dos sistemas físicos proporcionales que producen bienes básicos tendrán la misma tasa de ganancia uniforme para el estado dado de la distribución y todas aquellas mercancías, cuyas cantidades -como producto y como insumo- son idénticas en los dos sistemas tendrán el mismo precio en ambos, mientras que todas aquéllas cuyas cantidades difieren en los dos sistemas tendrán precios distintos que verifican (35).

3.4 Sistemas físicos proporcionales y teoría clásica del valor

Hemos visto que si se toma como base uno de los sistemas físicos, por ejemplo el sistema I, y se calculan los precios de equilibrio de las mercancías en dicho sistema como solución del sistema de ecuaciones (22), el precio de cada mercancía en el sistema II, por ejemplo p_i^{II}, no

---

[8] Obviamente, esta función también puede ser desempeñada por aquellas mercancías para las cuales $\varphi_i^{II} = 1$.

se calcula como solución de un sistema de ecuaciones de precios de producción sino como cociente entre el precio de *i* en el sistema I y el coeficiente φ_i^{II} que relaciona las cantidades producidas de dicha mercancía en ambos sistemas. En otras palabras, el precio de *i* se calcula en el sistema II independientemente de los precios de todas las demás mercancías y no como solución de un sistema de ecuaciones.

La determinación independiente de cada uno de los precios en el sistema II tiene implicaciones profundas para la teoría clásica del valor. Tomemos como base el sistema I y consideremos un sistema físico III que sólo difiere del sistema I en las cantidades de la mercancía *i*. Se tiene entonces:

$$\phi_i^{III} \neq 1 \qquad \text{y} \qquad \phi_j^{III} = 1, \quad \forall j \neq i$$

En este caso, cambian los métodos de producción de *todas* aquellas mercancías que utilizan *i* como insumo y no solamente el método de producción de la mercancía *i*. Pero este cambio en los métodos no se traduce en una variación de los precios de dichas mercancías, los cuales permanecen fijos, pues sólo cambia el precio del del bien *i*. Este resultado no es compatible con la teoría clásica del valor en la cual los precios se ven afectados por los cambios en los métodos de producción de las mercancías.

¿Cómo se deben interpretar las diferencias entre los sistemas proporcionales para tener resultados compatibles con la teoría clásica del valor?

La respuesta más plausible es que los sistemas proporcionales sólo difieren por las unidades físicas en las que se miden las mercancías. En consecuencia, las diferencias en las técnicas y proporciones sólo son aparentes. Si dos sistemas físicos sólo difieren en las unidades físicas de un bien, los vectores de precio de equilibrio asociados a dichos sistema sólo difieren en el precio de dicho bien, el cual es proporcional a las cantidades del mismo.

En suma, si las mercancías están medidas en las mismas unidades física en dos sistemas proporcionales, dichos sistemas no pueden constituir el dato físico para la construcción de la teoría sraffiana del valor porque, en este caso, debe abandonarse la idea de Sraffa según la cual la viabilidad de los sistemas físicos es la única restricción física para su teoría de los precios. En consecuencia, el estudio de las propiedades de los sistemas proporcionales en los cuales las unidades físicas de las mercancías son idénticas, y que difieren por lo tanto en las técnicas y las proporciones, se inscribe fuera de la teoría clásica del valor.

De todo lo anterior se infiere que, si se quiere reconstruir la teoría clásica del valor a partir de un sistema monetario observado, los infinitos sistemas proporcionales derivados del mismo sólo pueden diferir en las unidades físicas de las mercancías. La teoría clásica de los precios confirma así la idea que *todos* los sistemas físicos deducidos de un sistema monetario observado representan la misma economía real porque *todos* dan lugar a un mismo sistema físico cuando se toma la producción de cada una de las mercancías como unidad de la misma.

Conclusión

Centrándonos en el enfoque clásico, revertimos la relación tradicional entre dinero y bienes. Nuestro punto de partida es un sistema dado de flujos monetarios del que derivamos los datos básicos de la teoría del valor: el salario y el sistema físico.

Existen tanto sistemas físicos subyacentes como precios monetarios utilizados para calcularlos. Estos sistemas entrañan cantidades diferentes de los mismos bienes, pero estas cantidades están relacionadas de una manera muy particular. Tomando como base uno de los sistemas físicos subyacentes, todas las cantidades de una misma mercancía, como insumo y como producto, de cualquiera de los otros infinitos sistemas físicos posibles son iguales a las respectivas cantidades de esta mercancía en el sistema base multiplicadas por un mismo coeficiente, que es igual a la relación entre los precios monetarios utilizados para el cálculo de su cantidad en el sistema base y en el sistema en cuestión. Llamamos proporcionales a los sistemas físicos que verifican esta propiedad.

Se planteó la cuestión de saber en qué consisten las diferencias en las cantidades de mercancías de los distintos sistemas físicos subyacentes en un sistema monetario observado, y, más precisamente, si se trata de diferencias reales. A fin de dar una respuesta, hemos propuesto primeramente un estudio en términos físicos. Obviamente, si las unidades físicas de las mercancías fueran idénticas en todos los sistemas físicos derivados de un sistema monetario observado, estos sistemas diferirían tanto en la técnica como en las proporciones entre las ramas. Mostramos que, en los sistemas proporcionales, estas diferencias se compensan sistemáticamente de modo que se tienen las dos propiedades siguientes: (*i*) cualquiera que sea el sistema físico derivado de un mismo sistema monetario observado, la tasa de excedente de cada una de las mercancías es la misma en *todos* ellos; y (*ii*) cuando se toma como unidad la producción bruta de cada uno de los bienes, como es usual en la literatura clásica contemporánea, se obtiene siempre el mismo sistema físico cualquiera que sea el sistema físico inicial. Estos resultados del análisis de los sistemas físicos subyacentes nos llevan a concluir que las diferencias cuantitativas que los distinguen no tienen un carácter real y son sólo la expresión de diferencias en las unidades físicas de las mercancías.

Basándonos en el algebra matricial, método usual de análisis de la teoría clásica contemporánea, y utilizando la noción de matriz similar, encaramos luego el estudio de la teoría clásica del valor construida a partir de los datos derivados del sistema monetario observado. Mostramos que todos los sistemas de precio tienen la misma tasa máxima de ganancia y la misma relación salario-tasa de ganancia, cualquiera que sea el estado de la distribución. Asimismo, demostramos que existe una proporcionalidad inversa entre precios de producción y cantidades producidas, que sólo se justifica en el marco de la teoría clásica del valor cuando los sistemas físicos difieren en las unidades físicas de las mercancías, lo cual confirma el resultado del análisis de los sistemas físicos.

En suma, todos los sistemas físicos deducidos de un sistema monetario observado son proporcionales y representan una misma economía real, difiriendo únicamente por las unidades físicas en las que se miden las mercancías. El sistema monetario es así una representación adecuada de la técnica y las proporciones de la economía real. Sus datos, al igual que los del sistema físico que toma la producción de cada mercancía como unidad de la misma, sólo dependen de la técnica y de las proporciones entre las ramas, y son independientes de las unidades físicas en las que se miden las mercancías. En consecuencia, es posible reconstruir la teoría clásica del valor a partir de los datos de un sistema monetario observado porque éstos son suficientes para calcular el vector de precios de equilibrio cuando se toma la producción de cada mercancía como unidad de la misma. Por lo demás, si se quieren calcular los precios de producción, basta con conocer las cantidades producidas de las mercancías. En este sentido, debe recordarse que, en la teoría clásica del valor, el mercado es concebido como un mecanismo de sanción social, lo cual supone que se conocen las cantidades producidas y los métodos de producción para la determinación de los precios.

El origen monetario de los datos que sirven como base de la teoría clásica del valor no sólo es posible, como lo hemos mostrado, sino también deseable. De esta forma, los datos físicos pierden al fin su rol arbitrario como fundamento primario del análisis de la economía de mercado, convirtiéndose así en lo que siempre deberían haber sido: la base material de una economía monetaria dada. Por otra parte, se evitan también las dificultades no resueltas para la integración, en la teoría del valor, de un bien sin utilidad ni costo. La teoría económica puede construirse a partir de las informaciones provenientes de la observación de magnitudes objetivas tales como los flujos monetarios entre las empresas. Señalemos finalmente que, dado que nuestros datos se originan en la contabilidad de las empresas registrada por el sistema de cuentas nacional, esta investigación abre la puerta a la posibilidad de vincular la parte más abstracta de la teoría económica a los estudios de economía aplicada.

Referencias bibliográficas

Cartelier, J. (2018), *Money, markets and capital*, Nueva York, Routledge.

Debreu, G. (1959), *Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium*, Nueva York, John Wiley and Sons [ed. esp. *Teoría del valor: un análisis axiomático del equilibrio económico*, Barcelona, Bosch, 1973].

Kurz, H. D. y Salvadori, N. (1995), *Theory of Production*, Cambridge, Cambridge University Press.

Schumpeter, J. (1954), *History of Economic Analysis*, Nueva York, Oxford University Press [ed. esp. *Historia del análisis económico*, México, Fondo de Cultura Económica, 1971].

Sraffa, P., (1960), *Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory*, Cambridge, Cambridge University Press [ed. esp. *Producción de mercancías por medio de mercancías. Preludio a una crítica de la Teoría Económica*, Barcelona, Oikos-Tau, 1966].